

# **COLLECTE ET LOCALISATION DE DONNEES PAR SATELLITE**

## **LES PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES**

## **CARTOGRAPHIE ET HISTOIRE DE LA PRECISION DE LOCALISATION**

## **ETUDE STATISTIQUE DU GPS, LOGICIELS ET MESURES**

Les travaux présentés sont une petite partie des pages présentées sur le réseau Internet aux  
adresses :

[http://www.ac-strasbourg.fr/microsites/hist\\_geo01/localisation/index.htm](http://www.ac-strasbourg.fr/microsites/hist_geo01/localisation/index.htm)

et

<http://thierry.hatt.gps.free.fr>

## TABLE DES MATIERES

<b>LES PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES AVEC MAPLE LOGICIEL P. C. M. version 2.5.....</b>	<b>3</b>
<b>CONSTRUCTION D'UNE GRILLE MERCATOR « A LA MAIN ».....</b>	<b>39</b>
<b>INCIDENCE DU CHOIX DE L'ELLIPSOIDE SUR LA REPRESENTATION CARTOGRAPHIQUE .....</b>	<b>47</b>
<b>HISTOIRE DE LA CARTOGRAPHIE EVOLUTION DE LA PRECISION EN CARTOGRAPHIE.....</b>	<b>68</b>
<b>LE POSITIONNEMENT GLOBAL PAR SATELLITE LES APPLICATIONS, LES LOGICIELS, MESURES STATISTIQUES .....</b>	<b>89</b>

## **LES PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES**

### **AVEC MAPLE**

### **LOGICIEL P. C. M. version 2.5**

Nous présentons notre travail également sur l'Internet, sur le site de l'Académie de Strasbourg. Les feuilles de calcul et la bibliothèque Maple sont téléchargeables.

[http://www.ac-strasbourg.fr/microsites/hist\\_geo01/localisation/Projections/index.htm](http://www.ac-strasbourg.fr/microsites/hist_geo01/localisation/Projections/index.htm)

## Historique et travaux antérieurs :

Ce projet a d'abord été mis au point en 1981-1982<sup>1 2 3 4</sup> avec Nicole Vogel à l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Strasbourg où nous étions tous deux animateurs pour l'informatique. Le matériel utilisé à l'époque était sans rapport avec celui d'aujourd'hui : une machine huit bits – Logabax LX 515, deux unités de disquette de 80 Ko chacune, une table traçante Houston - sans aucun logiciel, il avait fallu écrire l'interface de pilotage de la table : tracé d'un segment de droite entre deux couples de coordonnées avec test de dépassement du bord de table, le dessin de marqueurs, seules les lettres étaient implémentées<sup>5</sup>...

Le langage LSE de Supélec nous avait permis d'écrire un logiciel complet de calcul et de représentation des projections cartographiques (P. C. T. : « Projections cartographiques sur table traçante »<sup>6</sup>). Ce logiciel, grâce à LSE était d'une très bonne « portabilité » et a pu être transféré (par ligne RS232 à 9600 bauds et logiciel écrit en LSE !) sur les premiers « compatible IBM PC » de l'époque ; des Logabax P1600 16 bits à écran graphique 640 x 400 pixels, quel progrès !

C'est Nicole Vogel qui a résolu les problèmes mathématiques posés avec virtuosité, presque tout était réglé quand on a découvert les formules de changement de coordonnées dans D. H. Maling publié en 1980 et disponible dans la bibliothèque de l'IREM !

Le logiciel comportait quatre ensembles :

1. une dizaine d'utilitaires, pour l'édition des fichiers de coordonnées, leur saisie (à la main dans les premières versions du logiciel), le calcul de canevas quelconques, d'indicatrices de Tissot, de routes au compas, d'arcs de grand cercle, de conversion de degrés en radians ...
2. Les programmes de calcul pour 16 projections différentes : 4 perspectives dont la vue d'un satellite habité, 4 cylindriques, 3 pseudo-cylindriques, 4 coniques et polyconiques.
3. Un logiciel de simulation de la dérive des plaques tectoniques<sup>7</sup>
4. Les couples de latitude longitude nous avaient été fournis par nos contacts à l'IGN qui à l'époque donnait ce type de produit, aujourd'hui, il serait vendu fort cher.... Il s'agissait de 70 000 couples de coordonnées saisis par les élèves de l'école de l'IGN. Le transfert des bandes magnétiques sur disquettes 80 Ko avait été assez acrobatique et mené à bien par F. M. Blondel à l'Inrdp ; lecture de la bande magnétique sur mini-ordinateur, mise au format et transfert sur micro par ligne RS232 bricolée pour l'occasion, le tout en LSE.

---

<sup>1</sup> Thierry Hatt : « Logiciels pour table traçante Houston », ULP, IREM, Strasbourg, 1981, 47 p.

<sup>2</sup> Thierry Hatt : « Déformations des surfaces terrestres par quelques systèmes de projections » », ULP, IREM, Strasbourg, 4/1981, 47 p.

<sup>3</sup> Thierry Hatt : Nicole Vogel « Exemple d'utilisation de la table traçante : simulation de la dérive des plaques tectoniques depuis 180 M d'années », ULP, IREM, L'Ouvert, n° 27, Strasbourg, p. 41-53, 1982

<sup>4</sup> Thierry Hatt : Une table traçante en géographie au lycée, Education et informatique, p. 44-47, 9/1982.

<sup>5</sup> Thierry Hatt : Mode d'emploi du logiciel TRACE sous DMP/L en LSE, IREM, ULP, Strasbourg, 20 p., 10/1981

<sup>6</sup> Thierry Hatt : Nicole Vogel, « Logiciel PCT, projections cartographiques sur table traçante et écran graphique », Institut de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques, ULP, avril 1986, Strasbourg, 22 p

<sup>7</sup> Thierry Hatt et N. Vogel : Projections cartographiques et tectonique des plaques, IREM, ULP, Strasbourg, 27 p., 6/1981

J'ai utilisé ce logiciel dans les classes jusqu'en 1987<sup>8</sup>, en réalisant à l'occasion de nouveaux développements. Avec les élèves d'option informatique, GLOBE était une animation de rotation du globe terrestre en temps réel (sur 8087 avec coprocesseur arithmétique). A cette date j'ai récupéré l'ensemble des fichiers de coordonnées et réécrit PCT – devenu PCG (graphique) pour l'occasion - en Pascal de manière à gagner une vitesse qui manquait avec le langage interprété LSE. Grâce aux exécutables compilés on divisait le temps d'exécution par trois ou quatre et l'affichage des cartes sur écran graphique était quasiment instantané.

### **Projections Cartographiques version 2.5 pour MAPLE**

Depuis 1995 j'enseigne l'informatique avec Maple en Math Sup PCSI au Lycée. J'ai donc appris à me servir de ce système de calcul formel.

Je contribue d'autre part au projet « Collecte et localisation de données par satellite » lancé par le Ministère pour 1999-2002. L'étude du positionnement par satellite est un des thèmes de ce programme de recherche. L'extrême précision du GPS – démilitarisé par les Etats-Unis en mai 2000 – donne une importance toute particulière aux questions de représentation plane de la Terre, aussi, ai-je souhaité m'intéresser à nouveau aux questions des projections cartographiques avec un outil puissant comme Maple. C'est l'objet de cet article. On présentera successivement les TP de classe qui ont été utilisés avec les élèves dès mai 2000, ensuite on donnera quelques détails techniques sur la conception de PCM version 2.5. On présentera ensuite l'ensemble des résultats graphiques des projections,. Nous n'avons traité ici que la sphère et les versions « normales » réservant à une autre étude l'ellipsoïde et les versions « obliques » et « transverses ». On fera enfin un tour d'horizon des ressources bibliographiques et de l'Internet sur le thème fort riche des projections.

### **UN TP DE CLASSE DE SECONDE**

Nous présentons d'abord aux élèves le problème posé :

1. Impossibilité de mettre la sphère terrestre à plat sans déformation. Il existe pourtant la possibilité de privilégier certaines propriétés. Par exemple : qu'un angle mesuré sur le terrain puisse être reporté sur la carte sans calcul, ou bien que les rapports de surface Terre/carte puissent être conservés. La carte « conforme », qui conserve les angles, sur laquelle un cercle reste un cercle, est la carte du Voyageur ou du Radio amateur pour lesquels compte d'abord la direction du trajet, la carte « équivalente » est celle de l'Agriculteur ou du Démographe pour lesquels compte d'abord la conservation des rapports de surface entre carte et Terre. Or il est impossible de donner simultanément à une carte ces deux propriétés qui sont contradictoires.
2. Intérêt précoce et affirmé depuis toujours des scientifiques pour la représentation de la Terre depuis les Grecs à aujourd'hui, le nombre de méthodes de projection ne se compte plus. Cette science a bénéficié de toutes les avancées des mathématiques, trigonométrie sphérique, calcul différentiel, satellites...
3. La construction d'une carte relève aujourd'hui de l'informatique par la lourdeur des calculs à effectuer. Le temps de la construction « à la main », avec tables de logarithmes, abaques et règles souples est révolu. Un tel TP, impensable il y a 20 ans, n'était possible que dans une organisation lourde comme l'IGN. Il est banal aujourd'hui de faire travailler des classes d'élèves de lycée, sur les machines graphiques rapides actuelles, avec les logiciels disponibles aujourd'hui.

---

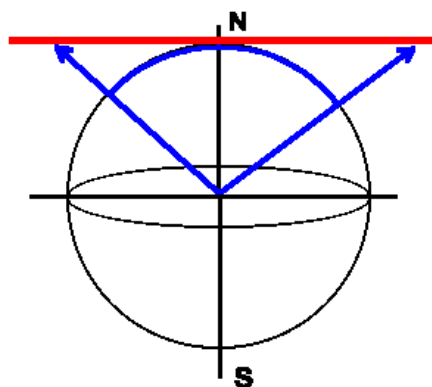
<sup>8</sup>Thierry Hatt, Projet GLOBE, un projet en classe de seconde d'option informatique", colloque de Sèvres , 6/1986

4. Réaliser une carte de la Terre suppose que l'on dispose de trois éléments :

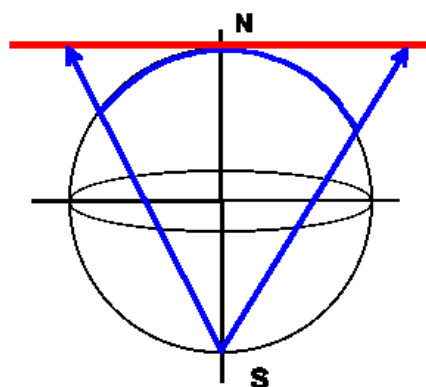
- Les couples de longitude, latitude de ce que l'on veut représenter, le trait de côte par exemple. On dispose ici soit de 1000 couples, coordonnées simplifiées ou de 5000 couples coordonnées détaillées . On peut associer au trait de côte les indicatrices de Tissot qui permettent de vérifier si une projection est ou non conforme.
- Un canevas de longitudes latitudes.
- Une méthode de projection. Le logiciel en met 25 à disposition.

Le grand intérêt de Maple est sa souplesse. On peut en effet cacher les opérations qui ne sont pas du niveau des élèves en créant des fonctions qui leur sont compréhensibles. On peut aussi grâce aux commandes directes interactives interprétées montrer ce qui ne doit pas être caché et qui le serait forcément dans un logiciel compilé exécutable : le fond de carte, le canevas, le choix de la méthode. Nous donnons plus loin les deux exemples extrêmes de seconde et de Math Sup, selon le niveau de la classe on va masquer plus ou moins les techniques requises.

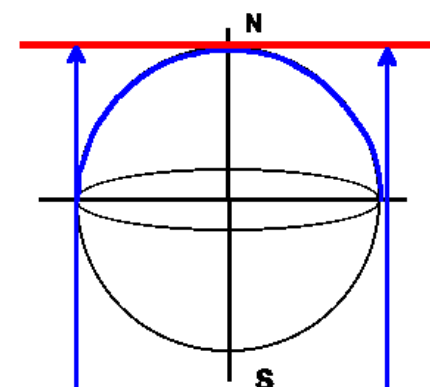
## PRINCIPE DE QUELQUES PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES



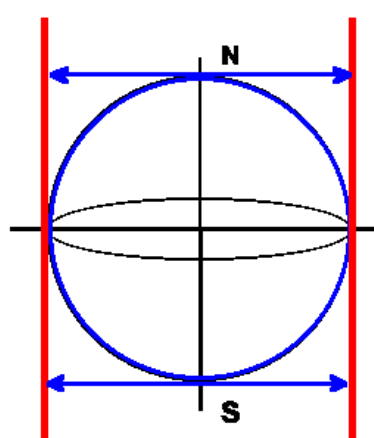
**GNOMONIQUE  
PERSPECTIVE**



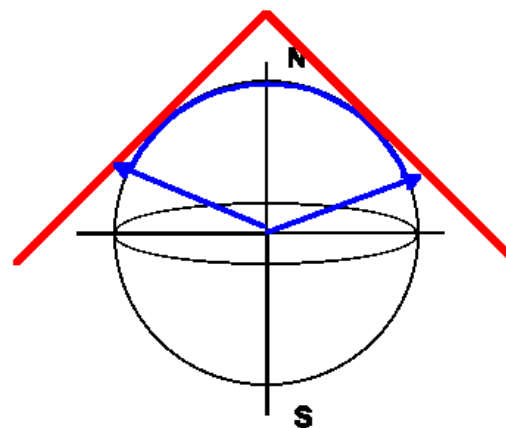
**STEREOGRAPHIQUE  
POLE SUD**



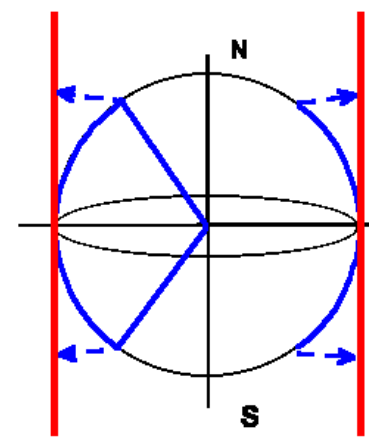
**ORTHOGONALE  
POINT DE VUE A L'INFINI**



**ISOCYLINDRIQUE**



**CONIQUE**



**MERCATOR  
CYLINDRIQUE MODIFIEE**

Thierry Hatt Lycée Fustel de Coulanges mai 2000

## Feuille de calcul Maple utilisée en mai 2000 avec une classe de seconde au Lycée

Les commandes Maple sont précédées du signe >, le « prompt », et affichées en rouge gras, les messages en réponse de Maple sont en bleu italique

### PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES AVEC MAPLE TP CARTO 04 V2.50

Version pour fichiers en radians DONNEES SIMPLIFIEES  
Thierry Hatt mars-avril 2000 [28/4/2000]

Initialisation de la feuille de calcul, toutes les commandes qui suivent sont pré tapées pour les élèves.

**> restart;**

Chemin de recherche des bibliothèques externes (commandes pré tapées évidemment)

**> libname:='C:\\PROGRAM FILES\\MAPLEV4\\lib',  
                  'C:\\PROGRAM FILES\\MAPLEV4\\pcm\_r':**

Chargement des bibliothèques propres à Maple

**> with (linalg);with(plots):**

Options générales de représentation graphique

**> setoptions(axes=boxed, scaling=constrained, thickness=1,  
color=blue):**

### Chargement des bibliothèques de projection cartographiques propres à PCM

Données de trait de côte simplifiées ~1000 couples latitude, longitude en radians et cercles de Tissot, fenetre\_europe pour un zoom sur l'Europe

**> with(bib\_coords);**  
*[cercles, fenetre\_europe, fenetre\_hn, fenetre\_hs, terres]*

Fonctions de construction de canevas de latitude longitude, on utilisera seulement la fonction grille\_complete()

**> with (grille);**  
*[grille, grille\_complete, hn, hs, meridiens, paralleles]*

Liste des méthodes de projections utilisées et formulaire

**> with(liste\_methodes);**  
*[formule, liste]*

Pour avoir la liste complète des méthodes qui sont aussi les arguments d'appel des méthodes

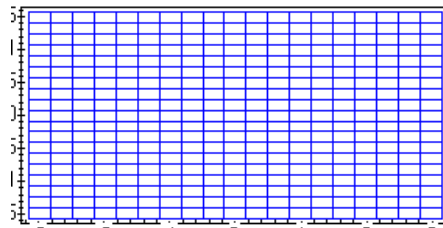


> **liste();**

<i>table([</i> <i>10 =</i> <i>Pseudo_Cylindrique_Flamsteed</i> <i>18 = Gnomonique_Polaire</i> <i>25 =</i> <i>Conique_Bonne_Equivalente</i> <i>19 = Vue_de_satellite</i> <i>20 = Simple_Polyconique</i> <i>21 =</i> <i>Polyconique_Equiv_Hammer</i> <i>3 = Mercator</i> <i>14 = Orthogonale</i>	<i>23 =</i> <i>Conique_Equidistante_Lambert</i> <i>12 = Gall</i> <i>24 =</i> <i>Conique_Lambert_Secante</i> <i>8 =</i> <i>Cylindrique_Equiv_Lambert</i> <i>11 =</i> <i>Pseudo_Cylindrique_Craster</i> <i>13 =</i> <i>Cylindrique_Equiv_Peter</i> <i>16 = Wiechel</i> <i>1 = Anaximandre</i> <i>etc ....toutes ne sont pas citées</i>
---	---

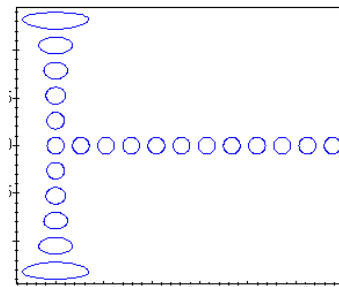
Dessin du canevas complet (le système de coordonnées par défaut de Maple est cartésien)

> **plot(grille\_complete() );**



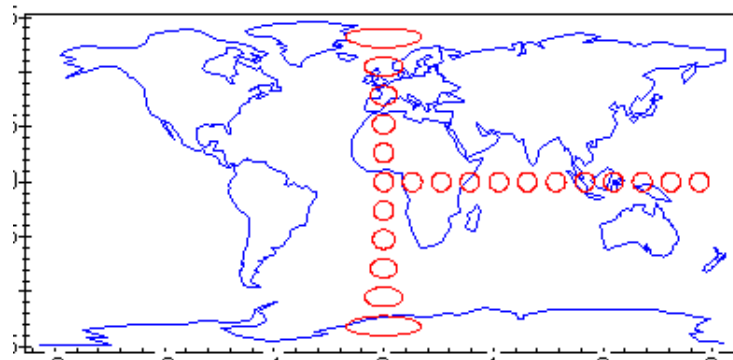
Dessin des cercles de Tissot

> **plot(cercles() );**



Dessin simultané du trait de côte simplifié (~1000 couples longitude, latitude) et dessin des cercles de Tissot

> **display (plot (terres() ), plot (cercles(), color=red ) );**



La représentation graphique directe des longitudes et des latitudes inventée dès le 6<sup>e</sup> siècle avant J. C. par Anaximandre est dite « plate-carrée ». Elle n'est ni conforme (les cercles sont déformés) ni équivalente.

### Une projection célèbre : la projection conforme de Mercator (XVI<sup>e</sup> siècle)

La découverte de l'Amérique va donner une impulsion décisive à la cartographie et Mercator va inventer la première carte du voyageur, « conforme », qui conserve les angles.

On charge la bibliothèque externe des méthodes de calcul :

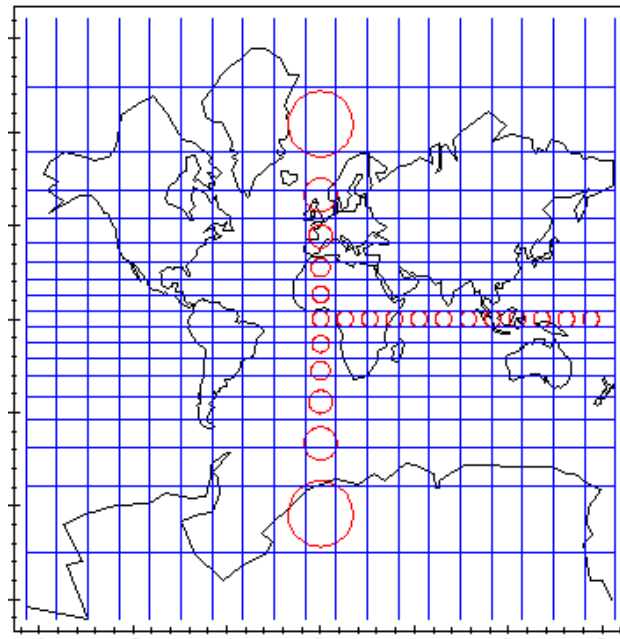
**>with(calcul\_proj):**

ensuite on crée le nouveau système de coordonnées (**Créer\_proj()** masque un appel à **addcoords()**):

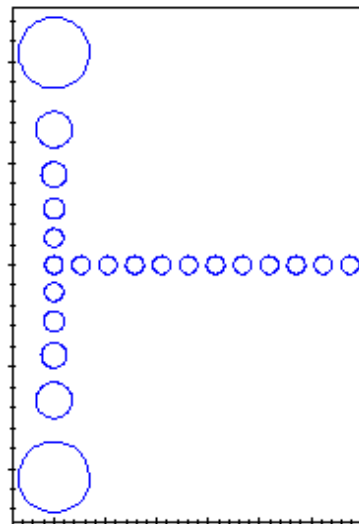
**>Creer\_proj ( Mercator ) :**

On représente la projection, terres, cercles, canevas (**Dessine\_proj()** masque un appel à un **display( plot( calcul(...) ) )**).

**>Dessine\_proj ( Mercator ) ;**

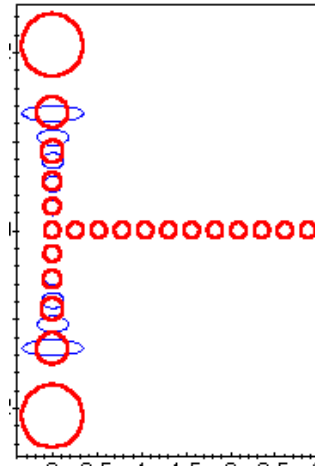


Que se passe t'il ? Les terres semblent se dilater à mesure de la montée en latitude. Les dernières latitudes sortant du cadre il n'est pas possible de les représenter. Les cercles dessinés séparément montrent bien la dilatation en latitude. La projection est conforme car les cercles bien que déformés restent des cercles.



La comparaison de la projection « plate carrée » et de celle Mercator montre bien les différences :

```
>Creer_proj ( Cartesien ) :
>tc :=Dessine_proj ( Cartesien ) :
>tm :=Dessine_proj ( Mercator ) :
>display( tc, tm) ;
```



Mercator en rouge et trait épais, « plate-carrée » en .bleu fin.

### Une projection équivalente : la projection de Mollweide

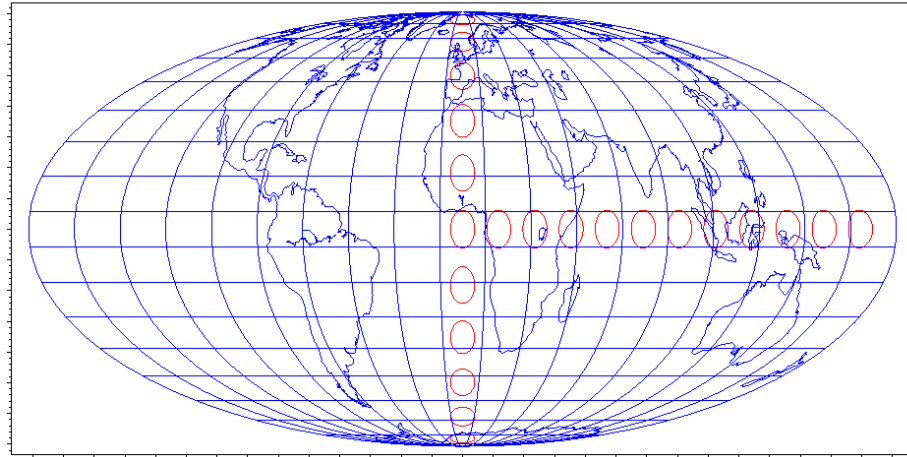
Les rapports de surface ne sont pas conservés par les projections conformes. On doit pour cela avoir recours à un autre type de projection : l'équivalente. Il existe de nombreuses projections équivalentes, la projection de Mollweide en est une parmi d'autres.

```
>Creer_proj ( Mollweide ) :
>Dessine_proj (Mollweide) ;
```



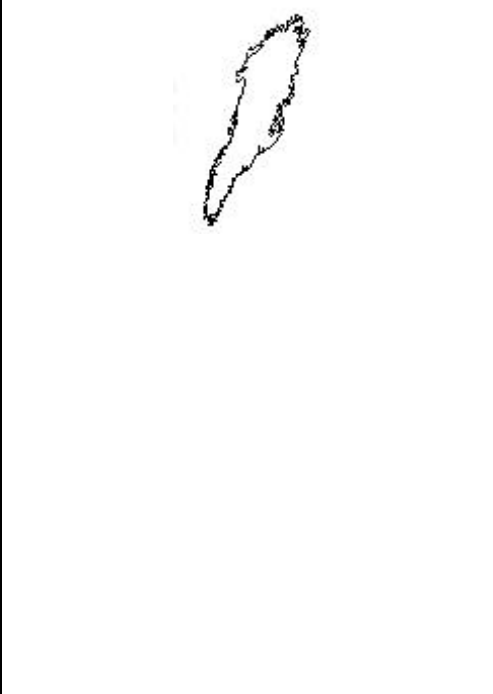
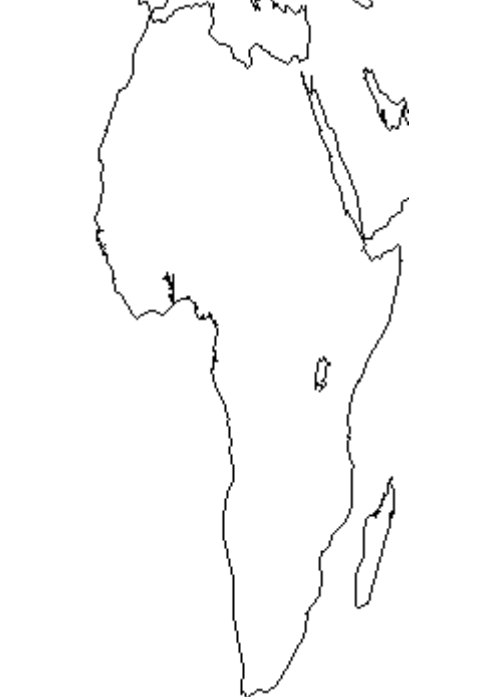
*MOLLWEIDE pseudo cylindrique équivalente*

$$x = 2 \frac{\sqrt{2} \cos(\phi) \lambda}{\pi}$$

$$y = \sqrt{2} \sin(\phi)$$



Voici les proportions relatives du Groenland et de l'Afrique (1 à 13,7 sur la Terre) sur les deux types de projection :

MERCATOR CONFORME	
GROENLAND 2.2 M DE KM2	AFRIQUE 29.8 M DE KM2
	
PROJECTION EQUIVALENTE DE CRATER	
	

## Une projection perspective : la vue de satellite

1. Le point de vue à l'infini. Si on se place à l'infini on obtient une projection dite « orthogonale ». Le plan de la carte est ici tangent au  $0^\circ$  de longitude,  $0^\circ$  de latitude.

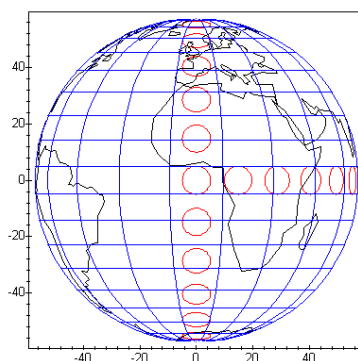
*PROJECTION ORTHOGONALE PERSPECTIVE*

*AVEC ELIMINATION DES LIGNES CACHEES*

$$x = \cos(\sin(\phi) \cos(\phi) \cos(\lambda))$$

$$y = \cos(\phi) \sin(\lambda)$$

*Perspective orthogonale*



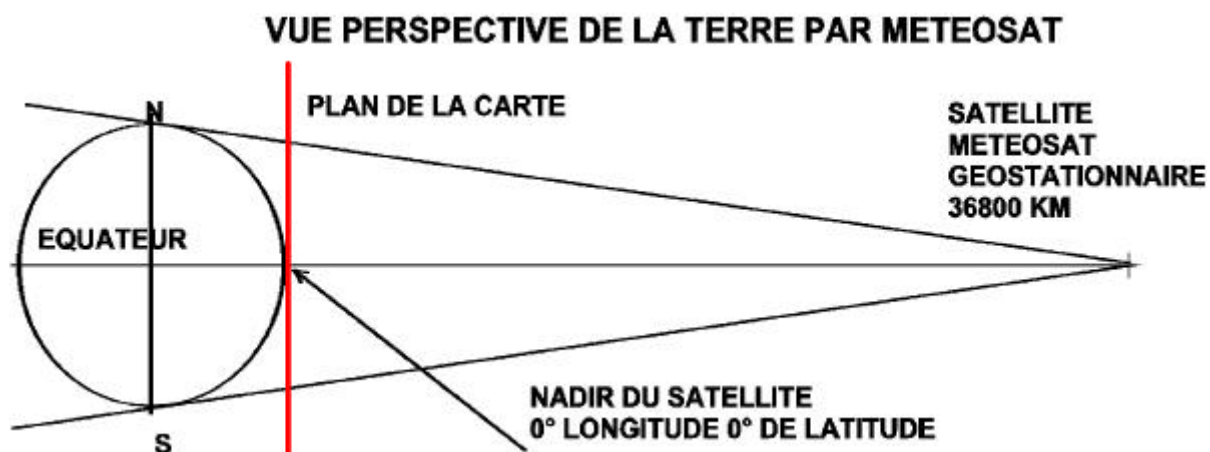
*Logiciel PCM V 2.50R Projections Cartographiques avec Maple V4*

*avec indicatrices de Tissot*

*Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, mai 2000*

Le programme est assez simple (hormis l'élimination des lignes cachées). Il se complique nettement lorsqu'on souhaite placer le satellite en un point et à une altitude quelconques au-dessus de la Terre.

Exemple du satellite géostationnaire Météosat au-dessus du  $0^\circ$  de longitude,  $0^\circ$  de latitude, à 36800 km d'altitude :



*POINT DE VUE DE SATELLITE HABITE*

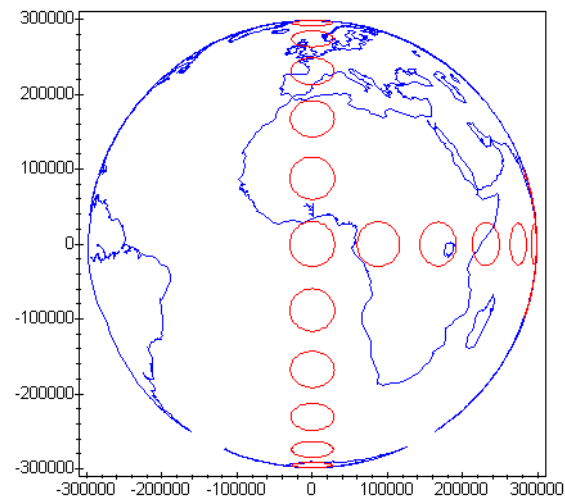
*Nadir du satellite (longitude, latitude en degrés) :*

.01

.01

*altitude du satellite :*

36800



Bien que très éloigné, Météosat ne peut pas voir la côte ouest de l'Amérique du Sud qui est « vue » quand le point de vue à l'infini. Il faut en effet plus de quatre satellites géostationnaires météorologiques pour « couvrir » la Terre. Cette projection perspective n'est ni conforme ni équivalente.

Rapprochons nous de l'Europe dans un satellite du type Noaa à 800 km d'altitude :



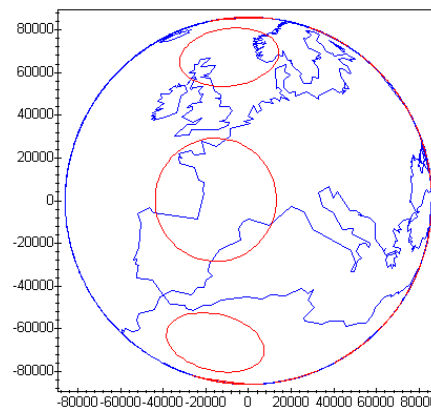
*POINT DE VUE DE SATELLITE HABITE**Nadir du satellite (longitude, latitude en degrés) :*

4

45

*altitude du satellite :*

800



On perçoit parfaitement la limitation de l'horizon même à une altitude aussi élevée. Les déformations sont très importantes sur les bords de l'image.  
Point de vue à 300 km :

### *POINT DE VUE DE SATELLITE HABITE*

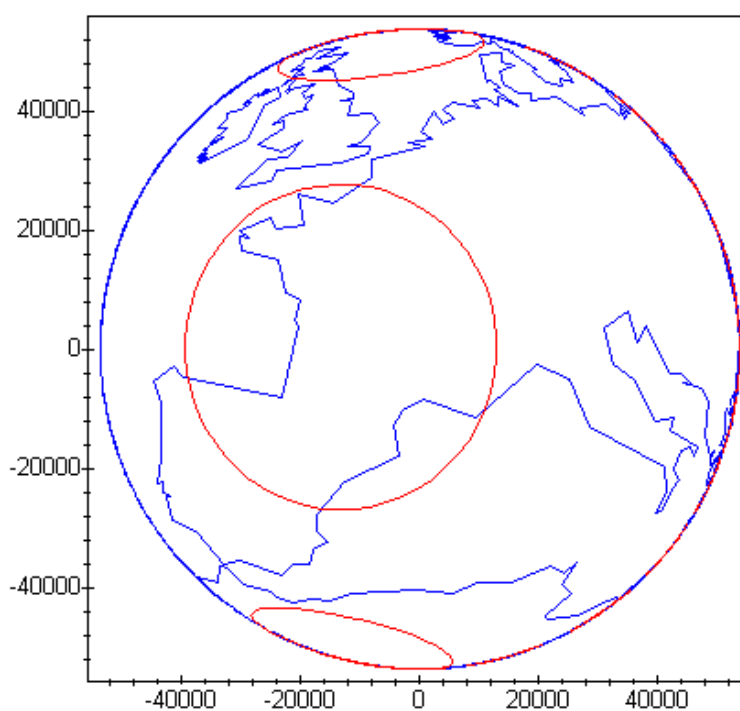
*Nadir du satellite (longitude, latitude en degrés) :*

4

45

*altitude du satellite :*

300



Le paramétrage de cette partie du logiciel est un peu plus complexe :

Point de vue de satellite d'altitude, latitude, longitude quelconques

```
> longitude_nadir:= 4:      # en degrés
> latitude_nadir  := 45:    # en degrés
> altitude_sat    := 800:   # en kilomètres
> rayon_terre     := 6000:  # en km
> liste_param:=[longitude_nadir, latitude_nadir, altitude_sat,
rayon_terre]:
> display(
  calcul_dessin (Vue_de_satellite, tterres, liste_param, epaisseur, blue),\
```

**calcul\_dessin (Vue\_de\_satellite, tcercles, liste\_param, epaisseur, red)**  
);

Toute cette partie du programme est pré tapée et les élèves se contentent de changer les trois paramètres du satellite.

## TP DE MATHS SUP

En Maths Sup il est possible d'étudier plus avant les procédures de changement de système de coordonnées. Le TP est organisé en quatre temps :

- Présentation du problème et des enjeux
- Représentation graphique, comme pour les élèves de Seconde, du canevas, des terres, des cercles de Tissot, d'abord séparément puis en une seul graphique.
- La troisième étape utilise la fonction Maple **addcoords()** pour faire un certain nombre de constats et d'essais.
- La quatrième partie utilise les fonctions programmées de PCM pour les projections qui ne peuvent se contenter de la fonction **addcoords()**, les vue perspectives quelconques par exemple.

On ne refait pas ici la première partie du TP de présentation des enjeux modernes de la cartographie, du canevas, du trait de côte, des ellipses de Tissot.

## PCM

### PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES AVEC MAPLE

Th. Hatt mars-mai 2000

Les initialisations sont les mêmes que le TP précédent, comme précédemment instructions Maple en rouge gras, réponses Maple s'il y a lieu en bleu italique.

Pour les conversions en radians

**> pi180:=evalf(Pi/180):**

Détermination des caractéristiques du canevas des latitudes, longitudes avec la fonction grille(paramètres)

**> nb\_pts\_par\_ligne:=40:**

**> nb\_paralleles :=21:**

**> nb\_meridiens :=21:**

**> min\_lat :=-90:**

**> min\_lon :=-180:**

**> max\_lat :=90:**

**> max\_lon :=180:**

Appel de la fonction paramétrée grille () des méridiens et parallèles

**> tpar\_mer:=grille (nb\_paralleles, nb\_pts\_par\_ligne, nb\_meridiens, \**

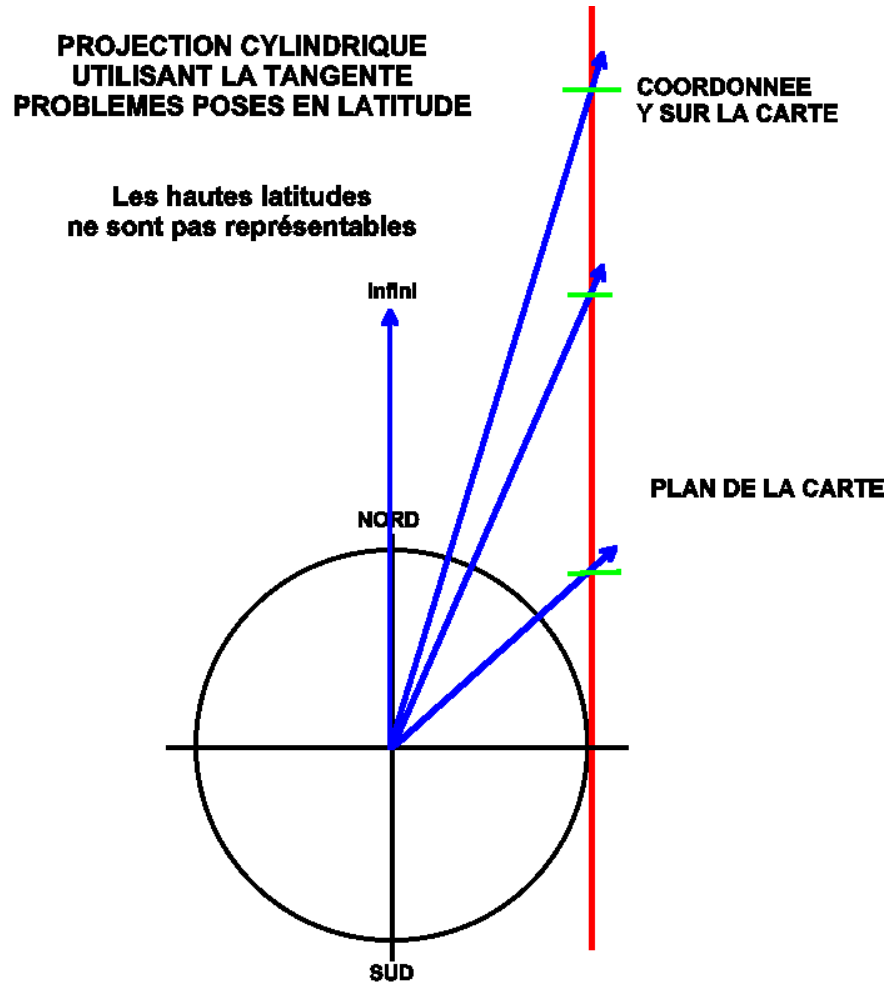
> **nb\_pts\_par\_ligne, min\_lat, max\_lat, min\_lon, max\_lon):**

Simple affichage cartésien de cette grille (en radians)

> **plot (tpar\_mer);**

on ne le redonne pas c'est la même que pour le TP 1

Essai d'une projection tangente en latitude (phi).



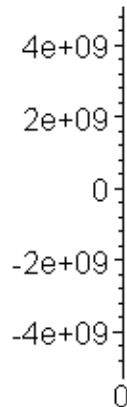
On utilise la fonction Maple **addcoords()** qui possède trois paramètres : le nom du nouveau système, le couple de coordonnées sur lequel s'applique le système, la transformation effectuée sur chaque coordonnée, ici la tangente.

> **addcoords(Proj\_Tangente, [lambda, phi], [ lambda, tan(phi)]);**

Nouveau paramètre de plot, on associe le nouveau système par **coords =** nom du système

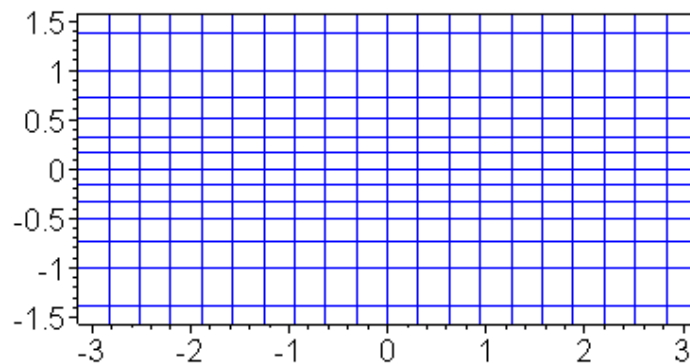
**> plot (tpar\_mer, coords=Proj\_Tangente);**

Problème : Maple n'affiche que l'ordonnée, pourquoi ? Revenir au graphique de principe pour voir ce que devient la tangente vers les hautes latitudes.



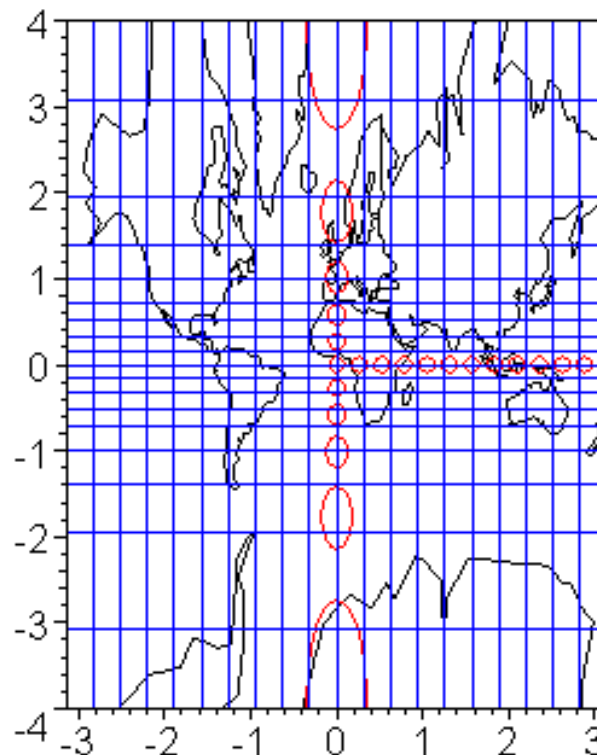
On va fenêtrer avec la commande **view** mais on n'a plus que 13 parallèles

**> plot (tpar\_mer, coords=Proj\_Tangente, view=[-Pi..Pi, -Pi/2..Pi/2]);**



Même représentation avec terres et cercles mais en ouvrant plus en latitude :

```
> display(
>     plot (tpar_mer, coords=Proj_Tangente, view=[-Pi..Pi, -4..4]),
>     plot (cercles(), coords=Proj_Tangente, color=red),
>     plot (terres(), coords=Proj_Tangente, color=black)
> );
```



La projection est elle conforme ? Non, les cercles sont déformés, la méthode de la tangente est trop simpliste.

Voyons Mercator, qui atténue la forte variation en latitude en prenant le logarithme de la tangente.

> **formule(Mercator);**

$$\left[ x = \lambda, y = \ln \left( \tan \left( \frac{1}{4} \pi + \frac{1}{2} \phi \right) \right), \text{Mercator cylindrique conforme} \right]$$

> **addcoords (Mercator, [lambda, phi], [lambda, evalf (ln (tan (Pi/4 + 0.5\*phi ) ) ) ] );**

> **plot (tpar\_mer, coords=Mercator);**

on ne représente pas ce graphique, déjà présenté plus haut

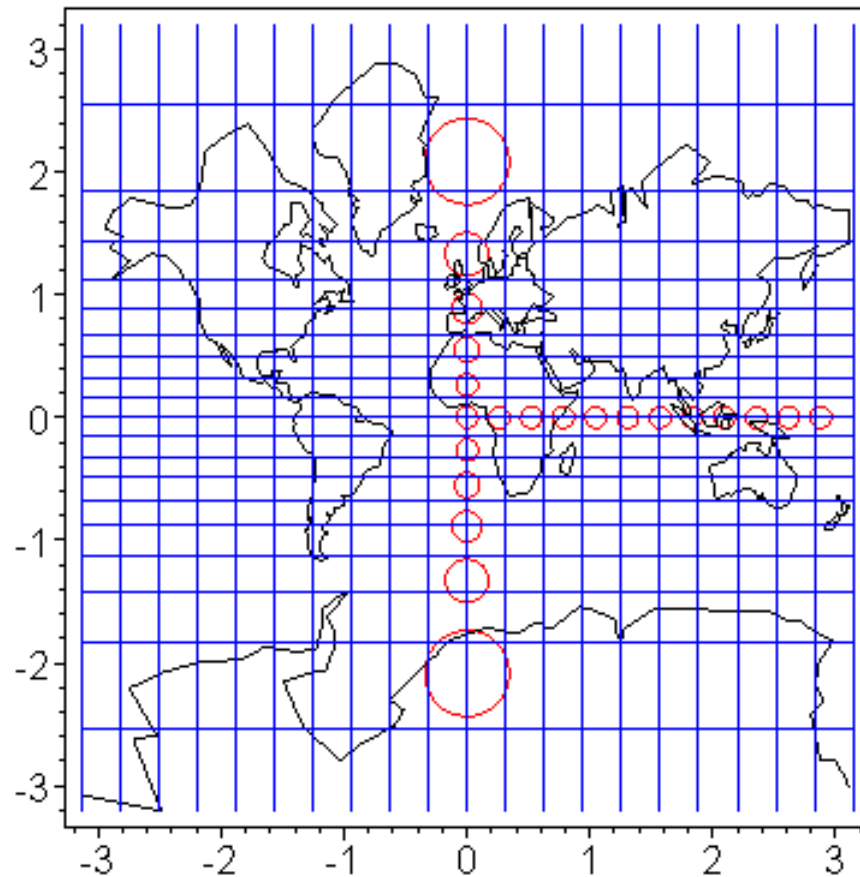
Pour y voir quelque chose on rajoute le trait de côte : problème de l'explosion des coordonnées en latitude, on perd deux parallèles mais Maple se débrouille assez bien (en version 5) pour éviter l'explosion des coordonnées en latitude

> **display(**

> **plot (tpar\_mer, coords=Mercator),**

> **plot (terres (), coords=Mercator, color=black),**

```
> plot(cercles(), coords=Mercator, color=red)
> );
```



### Etude d'une projection paramétrée équivalente.

Une très belle projection en forme de coeur Bonne (1520)

```
> formule(Conique_Bonne_Equivalente);
```

$$\left[ \rho = \cot(\phi_0) + \phi_0 - \phi, \theta = \frac{\cos(\phi) (\lambda - \lambda_0)}{\rho}, x = \rho \sin(\theta), y = -\rho \cos(\theta), \text{Conique équivalente de Bonne} \right]$$

On définit d'abord un parallèle et un méridien standards (ne pas oublier la conversion en radians)

```
> lambda0:=0*pi180; phi0:=0.01*pi180;
```

Calculs intermédiaires

```
> rho := cot(phi0) + phi0 - phi;
```

```
> theta := (cos(phi) * (lambda - lambda0)) / rho;
```

```
> addcoords(Bonne, [lambda, phi], [rho*sin(theta), -rho*cos(theta)]);
```

```
> plot(tpar_mer, coords=Bonne);
```

PROJECTION DE BONNE  
PSEUDO CONIQUE EQUIVALENTE 1520  
PARALLELE STANDARD A

45

MERIDIEN CENTRAL A

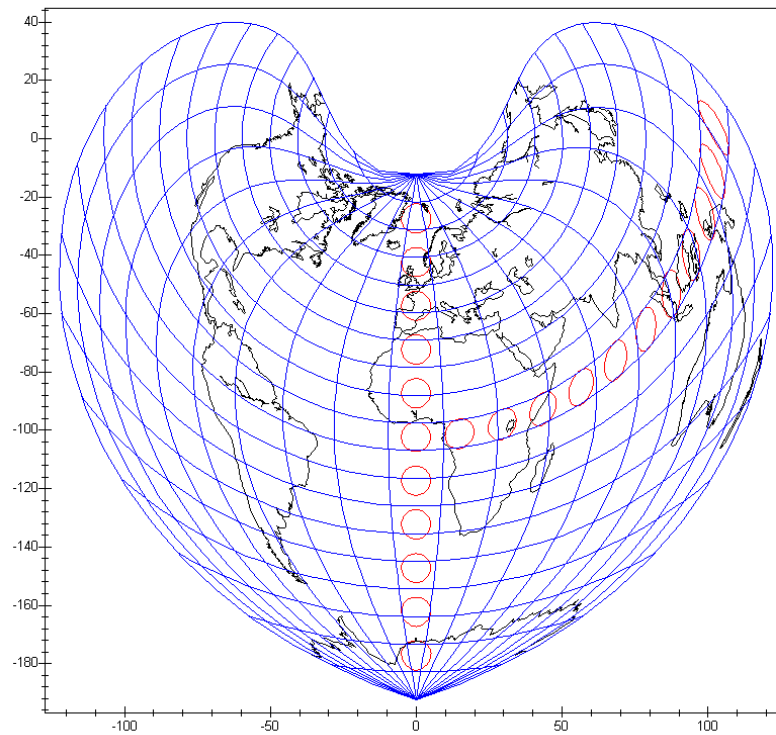
.1

$$\rho = \cot(45) + 45 - \phi$$

$$\theta = \frac{\cos(\phi) (\lambda - .1)}{\rho}$$

$$x = \rho \sin(\theta)$$

$$y = -\rho \cos(\theta)$$

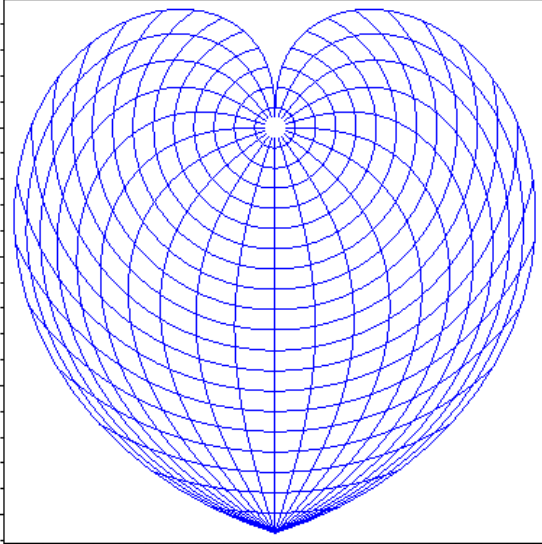


Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple  
données détaillées avec indicatrices de Tissot  
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000

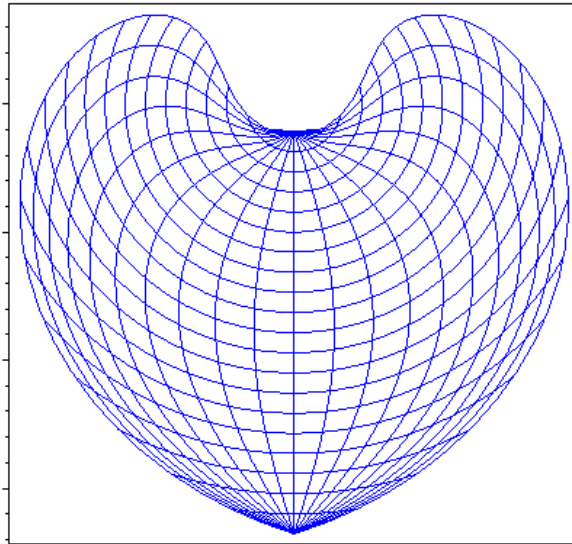


Etude des déformations de la projection sous l'effet d'une variation du méridien ou du parallèle standard :

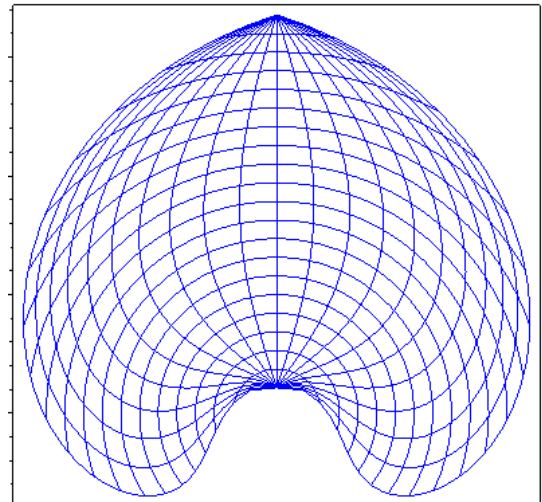
*latitude standard = , 90.00000000*



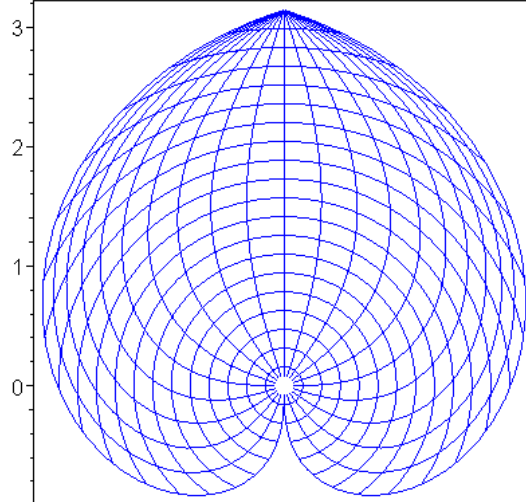
*latitude standard = , 44.99999998*



*latitude standard = , -44.99999998*



*latitude standard = , -90.00000000*



## PCM V2.5 QUELQUES ELEMENTS DESCRIPTIFS DU LOGICIEL

### Les couples de coordonnées terrestres

Nous avons réalisé nous même le fond de carte du trait de côte des continents terrestres, en deux versions : une version de 1000 couples longitude, latitude, numérisés sur un fond de carte de la Terre fourni par le logiciel Mapviewer. Il était impossible de récupérer directement le fond beaucoup trop détaillé. Or Maple n'est pas un foudre de guerre pour la vitesse d'affichage et de toute façon la définition de l'écran ne permet pas de détail trop fins. Les cercles de Tissot ont été précalculés.

Toutes ces coordonnées ont ensuite été sauvegardées sous forme de fonction en bibliothèque externe. Exemple de procédure (les instructions Maple sont en rouge gras). Deux fonctions sont ici disponibles dans la bibliothèque `bib_coords` : `cercles()` et `terres()`. Elles sont sauvegardées sous forme de fichier binaire `.m` avec l'instruction `save()`.

### Les utilitaires de calcul de canevas

Les fonctions de calcul de canevas sont décrites en détail un peu plus loin et sauvegardées en fichier binaire de la même façon, le canevas peut être défini complet, hémisphère N seul, hémisphère S seul, en fenêtre sur l'Europe.

### Les fonctions de calcul des méthodes

Il y a deux approches dans le logiciel : la première, grâce aux fonctions de la bibliothèque **`liste_formules()`**, soit **`liste()`** et **`formule(nom_de_la_méthode)`** donne le formulaire adéquat pour une intégration de la formule dans une fonction **`addcoords()`** la deuxième approche, présentée plus loin, est programmée sous la forme de fonctions spécifiques de calcul des projections.

Le formulaire complet est joint en annexe.

### Les fonctions de calcul programmées

Un certain de méthodes posent des problèmes difficiles à résoudre simplement avec la fonction Maple **`addcoords()`** et exigent une programmation spécifique : élimination des lignes cachées dans le cas orthogonal, limites particulières pour UTM ou Cassini, nettoyage de lignes parasites dans le cas Briesemeister ou Cassini ...

Ces fonctions sont chargées avec la bibliothèque **`calcul_proj`** :

```
> with(calcul_proj);
```

qui renvoie une liste de fonctions :

Attention ! ces fonctions écrites en minuscule ne sont pas utilisables directement, Maple V4 et 5 ne permettent pas de les masquer aisément contrairement à la version 6. La seule fonction utilisateur est **calcul ()** dont les paramètres sont décrits plus loin.

**calcul\_proj ( )** est une assez grosse bibliothèque de fonctions (~350 lignes). Elle joue trois rôles : le premier est de gérer la liste de listes des couples de coordonnées. En effet Maple n'autorise pas l'affectation directe dans les « grandes » listes. Il est donc obligatoire de faire des transferts dans un « array » qui autorise ces affectations puis de retransférer les valeurs calculées à nouveau dans les listes utilisables par plot.

Le deuxième rôle est de nettoyer certaines projections (Briesemeister, Cassini ..) de lignes parasites avec **nettoie\_lignes(plot)**. Cette fonction est tirée de Taylor et Baur

Le troisième rôle de **calcul\_proj ( )** est de servir de tour de contrôle selon les paramètres reçus (choix de la méthode, paramètres éventuels de la méthode) pour activer la fonction de calcul de projection qui convient.

Exemple de la projection orthogonale avec élimination des lignes cachées. La fonction ne reçoit pas de paramètres externes, elle est programmée pour un plan tangent au 0° de longitude, 0° de latitude. (algorithme de Nicol Vogel, Version Maple de Th. Hatt)

```
calcul_proj_orthogonale := proc(λ, φ)
local x, y, cosc, cosl, sinphi1, cosphi1, sinphi, cosphi;
    cosphi1 := cos(0);
    sinphi1 := sin(0);
    cosphi := cos(φ);
    sinphi := sin(φ);
    cosl := cos(λ)*cosphi;
    cosc := evalf(sinphi1^2 + cosphi1*cosl);
    if 0 ≤ cosc then x := cosphi*sin(λ); y := cosphi1*sinphi - sinphi1*cosl else x := 0 fi;
    [x, y]
end
```

La fonction **calcul ( )**. Seul sont maintenus dans la fonction listée ici l'appel à Anaximandre et Mercator pour des raisons évidentes d'encombrement. Les 27 autres méthodes sont présentes dans le listage original. **calcul ( )** travaille en radians et renvoie les données en degrés pour un affichage clair. Ce qui est le plus lourd dans cette fonction est l'obligation de transférer les données deux fois d'une structure à l'autre. La fonction est listée simplifiée, le traitement des paramètres de *liste\_param* ne sont pas gérés.

<b>PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES AVEC MAPLE</b> <b>LOGICIEL P.C.M.V2.50</b> <b>MODE D'EMPLOI DES FONCTIONS EN BIBLIOTHEQUE</b> <b>Thierry Hatt avril 2000</b>			
<b>Nom de la bibliothèque externe chargée avec with()</b>	<b>Noms des fonctions associées à appeler dans PCM</b>	<b>Paramètres de la fonction</b>	<b>Résultat renvoyé</b>
<b>bib_coords</b>			
	<b>terres ()</b>	aucun	liste des listes des coordonnées simplifiées du trait de côte des continents ~1000 couples de latitudes longitudes en radians
	<b>cercles ()</b>	aucun	liste des listes de 22 cercles de Tissot sur la sphère terrestre (61 couples par cercle) cercles de 10° de rayon de 20° en 20 °
	<b>fenetre_hn ()</b>	aucun	Fenêtre hémisphère N pour les projections ne permettant de représenter qu'un seul hémisphère
	<b>fenetre_hs ()</b>	aucun	Fenêtre hémisphère S pour les projections ne permettant de représenter qu'un seul hémisphère
	<b>fenetre_europe ()</b>	aucun	Fenêtre européenne
<b>bib_coords_50</b>			
	<b>terres_50 ()</b>	aucun	liste des listes des coordonnées détaillées des 54 premières unités géographiques du monde ~4500 couples de latitudes longitudes en radians
	<b>cercles ()</b>	aucun	liste des listes de 22 cercles de Tissot sur la sphère terrestre (61 couples par cercle) cercles de 10° de rayon de 20° en 20 °
<b>grille</b>			
	<b>grille_complete ()</b>	aucun	génère une liste de listes grille de latitude longitude : 40 points par ligne, 20 parallèles et 20 méridiens entre -90 et +90°, -180° et +180 °, en radians

	<b>hn ()</b>	aucun	Hémisphère Nord : génère une liste de listes grille de latitude longitude : 40 points par ligne, 20 parallèles et 20 méridiens entre 0 et +90°, -180° et +180 °, en radians
<b>grille (suite)</b>			
	<b>hs ()</b>	aucun	Hémisphère Sud : génère une liste de listes grille de latitude longitude : 40 points par ligne, 20 parallèles et 20 méridiens entre -90 et 0°, -180° et +180 °, en radians
	<b>grille (paramètres)</b>	Nb de parallèles, nb de pts par parallèles, nb de méridiens, nb de pts par méridien, min lat, max lat, min lon, max lon	génère une liste de listes, grille de latitude longitude aux caractéristiques suivantes : nb_pts_par_paralleles, nb_meridiens, nb_pts_par_meridien, min_lat, max_lat, min_lon, max_lon, en radians
<b>calcul_proj</b>			
	<b>Calcul (nom_de_la_methode, liste_des_donnees, liste_param)</b>	L'argument nom_de_la_méthode est pris dans la liste suivante ci dessous :	Arguments éventuels des projections à mettre dans la liste : liste_param
	Les données sont la liste de listes des coordonnées, terres, cercles, pays_50, grilles diverses en radians	Projections cylindriques	
		Mercator	aucun
		Miller	aucun
		Cylindrique_Equiv_Lambert	aucun
		Cylindrique_Braun	aucun
		Pseudo_Cylind_Equiv_II	aucun
		Pseudo_Cylindrique_Craster	aucun
		Pseudo_Cylindrique_Flamsteed	aucun
		Gall	latitude du parallèle standard
		Cylindrique_Equiv_Peter	coefficient d'allongement entre zéro et 1
		Projections perspectives	
		Orthogonale	aucun
		Stereographique	aucun
		Wiechel	aucun

		Polaire_Perspective_Equivalente	aucun
		Gnomonique_Polaire	aucun
		Vue_de_satellite	Latitude et longitude du nadir du satellite, altitude du satellite, rayon de la Terre (6400 km)
		Projections coniques	
		Simple_Polyconique	aucun
		Polyconique_Equiv_Hammer	aucun
		Conique_Equidistante_Lambert	Latitude du parallèle de contact du cône
		Conique_Lambert_Secante	Latitudes des parallèles sécants du cône
		Conique_Bonne_Equivalente	Exemple complet pour la projection de BONNE ; parallele_standard :=45: longitude_centrale =0.1: liste_param[1]:=longitude_centrale: liste_param[2]:=parallele_standard: puis appel de calcul_dessin (Conique_Bonne_Equivalente, tcercles, liste_param, epaisseur, red).  Cette fonction renvoie une liste de listes
<b>liste_methodes</b>			
	<b>liste ()</b>	aucun	retourne la liste complète des méthodes qui sert en même temps d'argument d'appel à calcul_dessin
	<b>formule (param)</b>	nom de la méthode	renvoie le nom, le type de la méthode et la formule de calcul

## REPRESENTATION DE QUELQUES PROJECTIONS

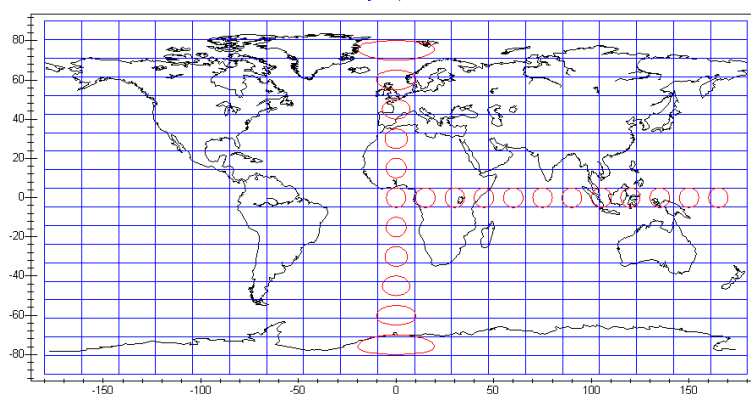
Dans le formulaire  $x$  et  $y$  ont le sens habituel, ce sont les coordonnées cartésiennes sur la carte,  $\lambda$  et  $\phi$  désignent longitude et latitude sur la Terre, en radians.

### DEUX PROJECTIONS CYLINDRIQUES

*PROJECTION PLATE CARREE CYLINDRIQUE EQUIDISTANTE  
ANAXIMANDRE VERS 550 av. J. C.*

$$x = \lambda$$

$$y = \phi$$

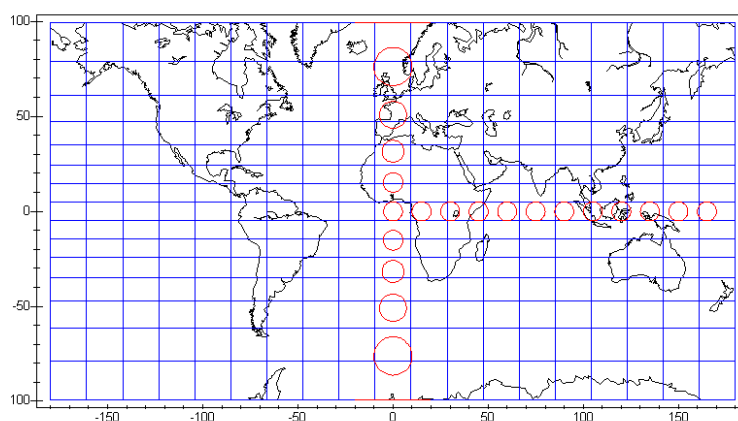


*Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple  
données détaillées avec indicatrices de Tissot  
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000*

*PROJECTION MERCATOR CONFORME 1511*

$$x = \lambda$$

$$y = \ln \left( \tan \left( \frac{1}{4} \pi + \frac{1}{2} \phi \right) \right)$$



*Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple  
données détaillées avec indicatrices de Tissot  
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000*

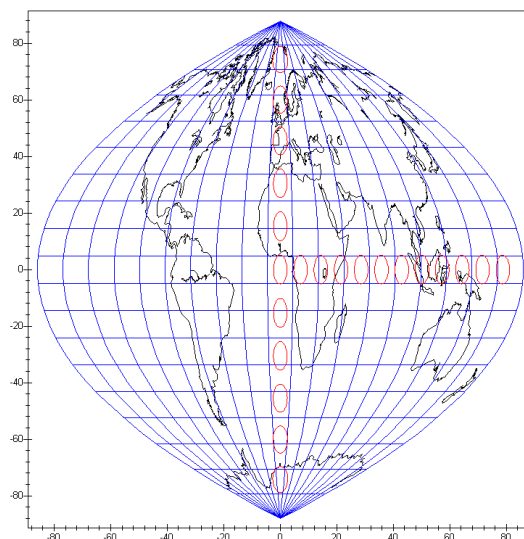
## DEUX PROJECTIONS PSEUDO CYLINDRIQUES

PROJECTION PSEUDO CYLINDRIQUE PARABOLIQUE EQUIVALENTE

CRASTER 1929

$$x = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\pi} \left( 1 - \frac{4}{3} \frac{y^2}{\pi} \right)$$

$$y = \sqrt{3} \sqrt{\pi} \sin\left(\frac{1}{3} \phi\right)$$



Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple

données détaillées avec indicatrices de Tissot

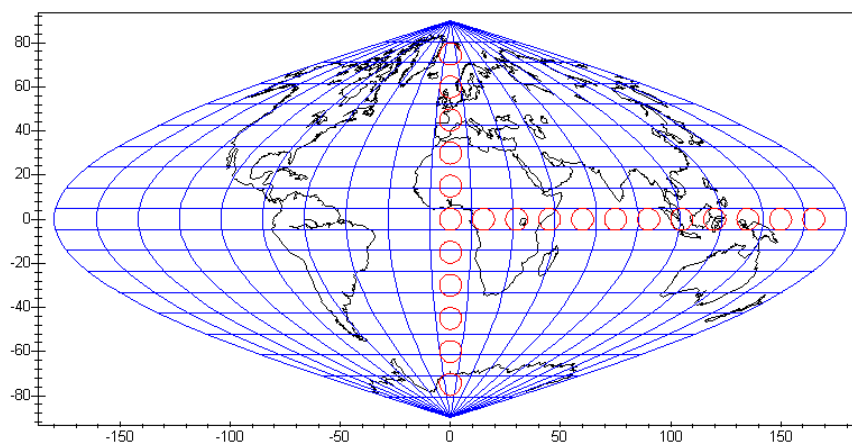
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000

PROJECTION PSEUDO CYLINDRIQUE EQUIVALENTE DE FLAMSTEED 1606

SINUSOIDALE OU ISOCYLINDRIQUE EQUIVALENTE

$$x = \lambda \cos(\phi)$$

$$y = \phi$$



Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple

données détaillées avec indicatrices de Tissot

Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000



## DEUX PROJECTIONS CONIQUES

PROJECTION CONIQUE CONFORME LAMBERT SECANTE

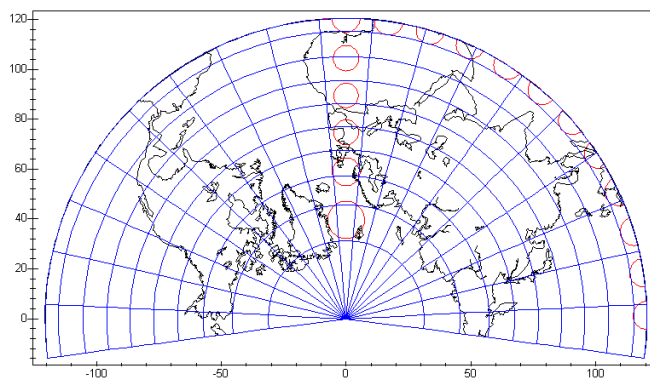
LAMBERT 1772 DEUX PARALLELES SECANTS A

20

45

DEGRES DE LATITUDE

FORMULE DEVELOPPEE TRES LOURDE (voir le logiciel)



Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple

données détaillées avec indicatrices de Tissot

Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000

PROJECTION CONIQUE EQUIDISTANTE TANGENTE

PARALLELE DE CONTACT

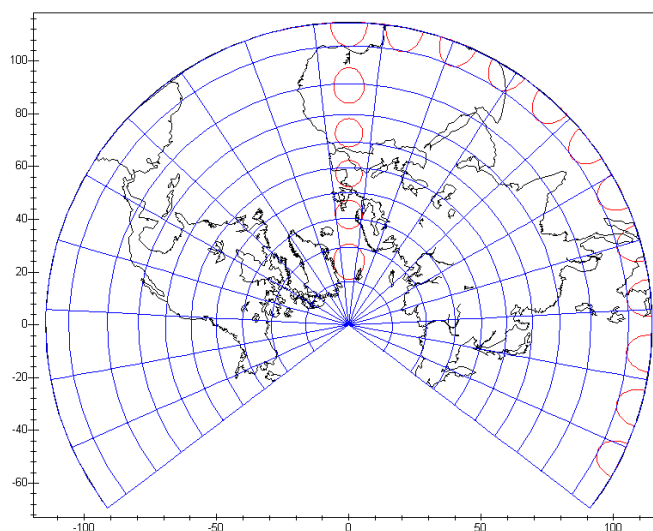
45

LAMBERT 1772 NI EQUIVALENTE NI CONFORME

$pc = \text{parallele\_de\_contact\_du\_cone}$

$$x = \frac{\cos(\phi) \sin(\lambda \sin(pc))}{\sin(pc) \cos(\phi - pc)}$$

$$y = \frac{\cos(\phi) \cos(\lambda \sin(pc))}{\sin(pc) \cos(\phi - pc)}$$



Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple

données détaillées avec indicatrices de Tissot

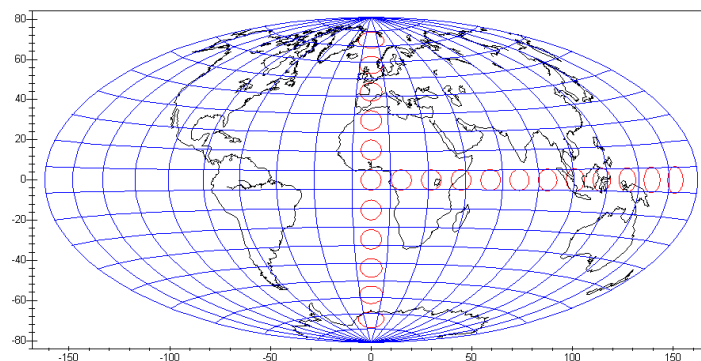
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000

## DEUX PROJECTIONS POLY CONIQUES ET PSEUDO CONIQUES

PROJECTION POLYCONIQUE HAMMER EQUIVALENTE 1892

$$x = 2 \frac{\sqrt{2} \cos(\phi) \sin\left(\frac{1}{2}\lambda\right)}{\sqrt{1 + \cos(\phi) \cos\left(\frac{1}{2}\lambda\right)}}$$

$$y = \frac{\sqrt{2} \sin(\phi)}{\sqrt{1 + \cos(\phi) \cos\left(\frac{1}{2}\lambda\right)}}$$



Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple

données détaillées avec indicatrices de Tissot

Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000

PROJECTION DE BONNE

PSEUDO CONIQUE EQUIVALENTE 1520

PARALLELE STANDARD A

45

MERIDIEN CENTRAL A

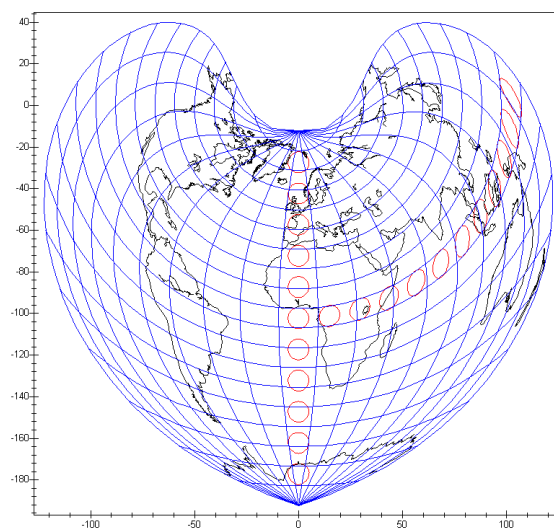
.1

$$\rho = \cot(45) + 45 - \phi$$

$$\theta = \frac{\cos(\phi) (\lambda - .1)}{\rho}$$

$$x = \rho \sin(\theta)$$

$$y = -\rho \cos(\theta)$$



Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple

données détaillées avec indicatrices de Tissot

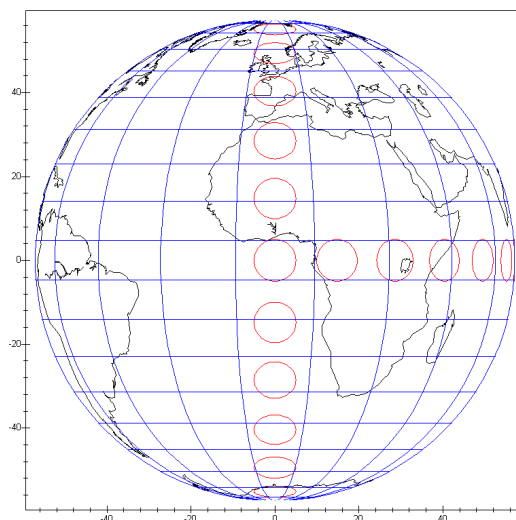
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000

## DEUX PROJECTIONS PERSPECTIVES OU AZIMUTHALES

PROJECTION ORTHOGONALE PERSPECTIVE  
AVEC ELIMINATION DES LIGNES CACHEES

$$x = \cos(\sin(\phi) \cos(\phi) \cos(\lambda))$$

$$y = \cos(\phi) \sin(\lambda)$$

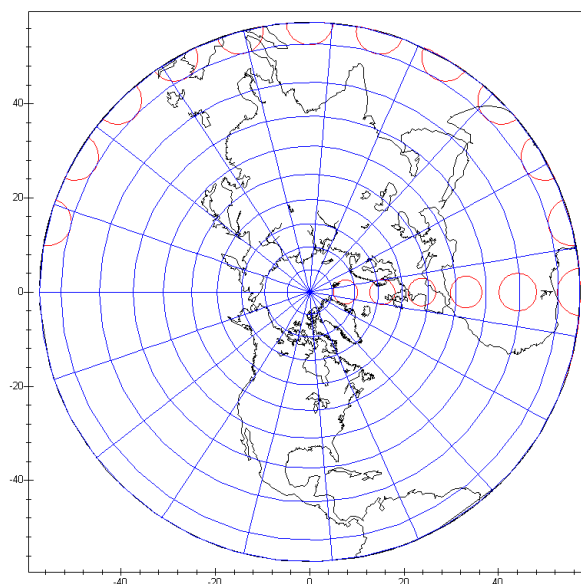


Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple  
données détaillées avec indicatrices de Tissot  
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000

PROJECTION STEREOGRAPHIQUE DE HIPPARQUE  
VERS 100 AVANT J. C.

$$x = \frac{\cos(\phi) \cos(\lambda)}{\sin(\phi) + 1}$$

$$y = \frac{\cos(\phi) \sin(\lambda)}{\sin(\phi) + 1}$$



Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple  
données détaillées avec indicatrices de Tissot  
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES ET INTERNET

Les productions sur le thème des projections sont très nombreuses, toutes ne donnent pas les formules de calcul, ce qui nous intéressait.

2. Pour une introduction : le tour d'horizon des problèmes avec une dizaine d'auteurs dont Snyder et Monmonnier :  
<http://www3.deasy.psu.edu/projection/>
3. **La référence mondiale en cette matière est la somme de :**  
 Snyder, John P. et Bugayevski Lev M. "Map projections", sous titre : « a reference manual », Taylor & Francis, 1995, 328 p., Bibliogr.: p. 279-294 et index, ISBN 0-7484-0304-3 (Disponible à Strasbourg à la bibliothèque de l'Ensaïs)
4. Très utile :  
 Maling D. H. « Coordinate systems and map projections », George Philip and Son, Londres, 1973,-1980, formulaire p. 232-245.  
 (Disponible à Strasbourg à la bibliothèque de l'IREM.
5. Sur l'Internet :  
 Le magnifique travail d'Eric Weisstein sur le site de Mathematica :  
<http://mathworld.wolfram.com/topics/MapProjections.html>  
 Formulaire pour les principales projections.
6. La somme de  
 Ross Taylor, Richard Baur et John Oprea « Maple Maps » disponible sur le site de Maple  
[http://www.maplesoft.com/apps/categories/data\\_analysis\\_stats/maplemaps/acmaplemaps.html](http://www.maplesoft.com/apps/categories/data_analysis_stats/maplemaps/acmaplemaps.html)  
 Il n'y a pas à proprement parler de formulaire. Les auteurs ont développé un logiciel complet avec un mini compilateur de formules et fournissent de très nombreux développements mathématiques. Sont développées certaines projections complexes comme la Goode homolosine qui n'est pas présentée ici.
7. Sans formulaire mais avec présentation graphique d'une trentaine de projections sous les formes normales, transverses et oblique le site de Hans Havlicek universitaire viennois :  
<http://www.geometrie.tuwien.ac.at/havlicek/karten.html>
8. Le beau travail d'un universitaire brésilien de Campinas Carlos Furuti :  
<http://www.ahand.unicamp.br/~furuti/ST/Cart/Dither/TOC/cartTOC.html>

9. Nous présentons notre travail également sur l'Internet, sur le site de l'Académie de Strasbourg. Les feuilles de calcul et la bibliothèque Maple sont téléchargeables.

[http://sirius.ac-strasbourg.fr/microsites/hist\\_geo01/localisation/index.htm](http://sirius.ac-strasbourg.fr/microsites/hist_geo01/localisation/index.htm)

**ETUDE DES PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES**  
**CONSTRUCTION D'UN QUADRILLAGE MERCATOR « A**  
**LA MAIN »**  
**INCIDENCE DU CHOIX DE L'ELLIPSOIDE**  
**SUR LA REPRESENTATION CARTOGRAPHIQUE**

## CONSTRUCTION D'UNE GRILLE MERCATOR « A LA MAIN »

- L'informatique permet les constructions graphiques sur des données en vraie grandeur et en particulier des projections avec une grande facilité. Nous fournissons [dans le site](#) une liste de quelques uns de ces logiciels.
- Avant l'ordinateur les cartographes utilisaient exclusivement des méthodes manuelles et graphiques, des tables et des abaques. Il est intéressant de montrer un tel procédé, aisé à mettre en oeuvre avec des élèves, pour une méthode classique, la projection de Mercator (1511). La méthode proposée ici n'est qu'une solution approchée mais elle donne une bonne idée de l'approche.
- La projection Mercator est conforme (les angles sont conservés, les cercles restent des cercles) mais pas équivalente (les rapports de surface ne sont pas conservés les cercles de surface identiques sur la Terre sont représentés avec des surfaces de plus en plus grandes en latitude).
- Il s'agit d'une projection où les longitudes sont cartographiées telle que sur une échelle arithmétique. La transformation appliquée aux latitudes est une projection tangente modifiée.

Exercice adapté de la proposition pédagogique du site [USGS Learning Web](#)

1. Comparaison des valeurs y cartographiques pour la méthode de la tangente et Mercator. La fonction de Mercator permet une augmentation moins rapide des valeurs y à cartographier.
2. Résultat final de la construction graphique à la main pour un quart de la Terre.

### MATERIEL NECESSAIRE

3. Une feuille de papier, une gomme, un crayon, un rapporteur gradué en degrés

### ETAPES DE CONSTRUCTION

4. Etape 1, l'équateur, le demi cercle des latitudes.
5. Etape 2, graduation des latitudes, tracé du segment AF.
6. Etape 3, tracé du méridien 180° W.
7. Etape 4, reports des latitudes à partir du point F.
8. Etape 5, tracé des parallèles
9. Etape 6, tracé des méridiens.
10. [Etape 7 sur une grille complète reporter les points d'une Afrique simplifiée en 18 points.](#)
11. Cartographie complète Mercator avec un ordinateur.

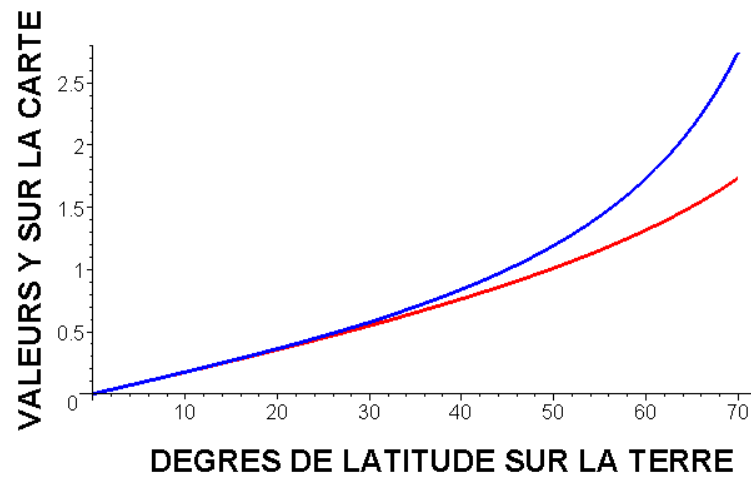
## CONSTRUCTION D'UNE CARTE DE MERCATOR

FONCTION DE  
MERCATOR

$$y_{\text{cartographique}} = \ln \left( \tan \left( \frac{1}{4} \pi + \frac{1}{2} \text{latitude} \right) \right)$$

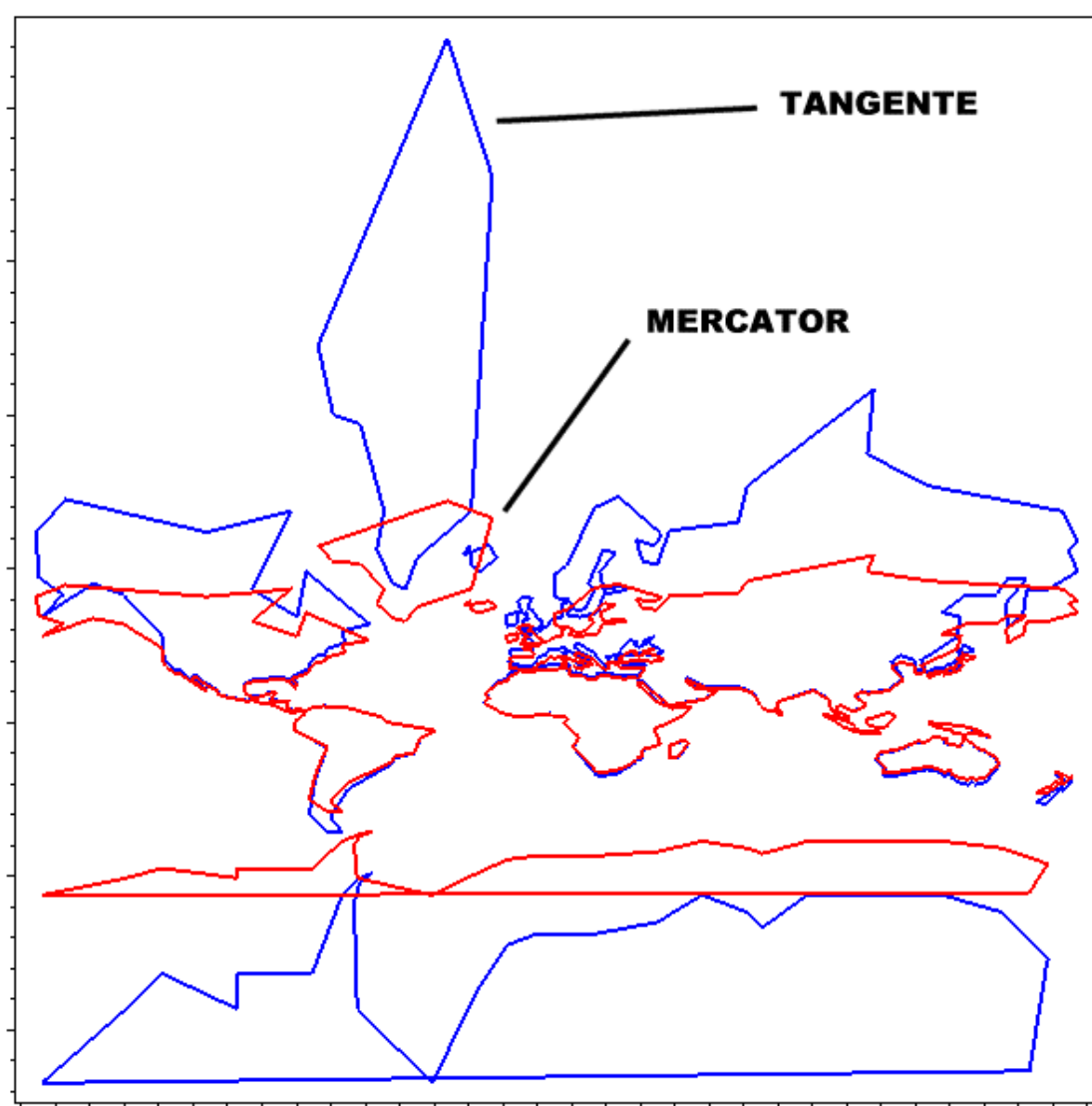
FONCTION  
TANGENTE SIMPLE

$$y_{\text{cartographique}} = \tan(\text{latitude})$$

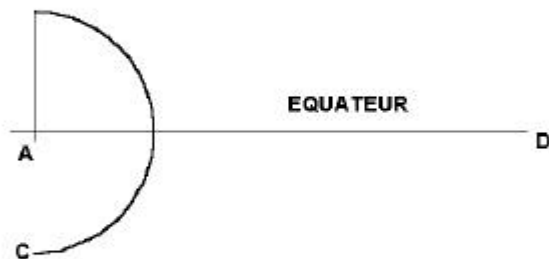




**PROJECTIONS COMPAREES**  
**FONCTIONS TANGENTE ET FONCTION MERCATOR**

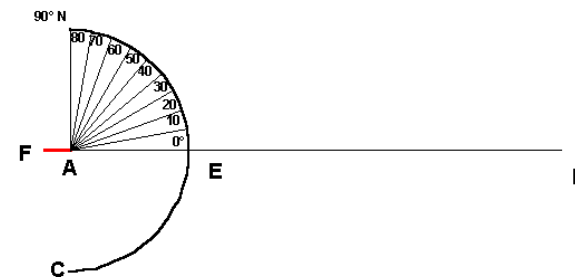


### CONSTRUCTION D'UN QUADRILLAGE MERCATOR



**ETAPE 1 :**  
AU MILIEU DE LA FEUILLE,  
TRACER LE SEGMENT AD : EQUATEUR  
TRACER LE DEMI CERCLE C  
DE CENTRE A

### CONSTRUCTION D'UN QUADRILLAGE MERCATOR



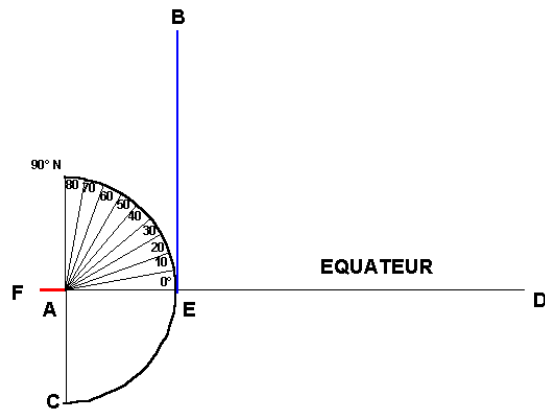
**ETAPE 2 :**  
GRADUER LE DEMI CERCLE C  
DE DIX EN DIX DEGRES  
TRACER LE SEGMENT AF  
EGAL AUX 2/5 DE AE

Etape 1

Etape 2

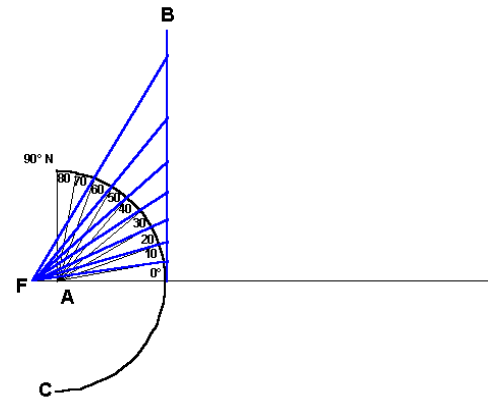
Construction de la grille Mercator

### CONSTRUCTION D'UN QUADRILLAGE MERCATOR



**ETAPE 3 :**  
GRADUER LE DEMI CERCLE C  
DE DIX EN DIX DEGRES  
TRACER LE SEGMENT EB,  
MERIDIEN 180° W

### CONSTRUCTION D'UN QUADRILLAGE MERCATOR

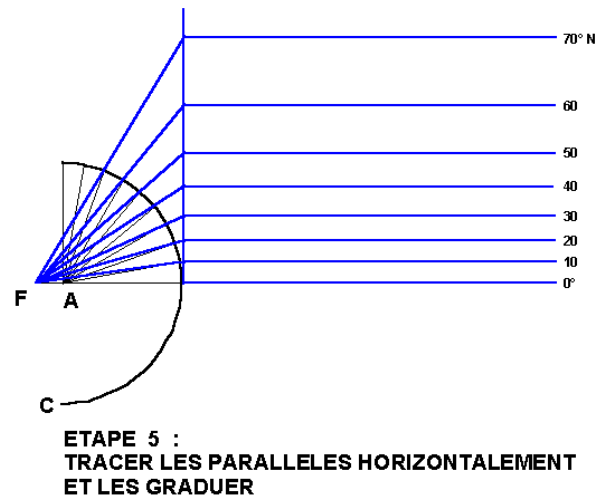


**ETAPE 4 :**  
TRACER A PARTIR DU POINT F  
VERS LE SEGMENT B EN PASSANT PAR  
L'INTERSECTION DE CHAQUE REPERE  
EN DEGRES SUR LE CERCLE C

Etape 3

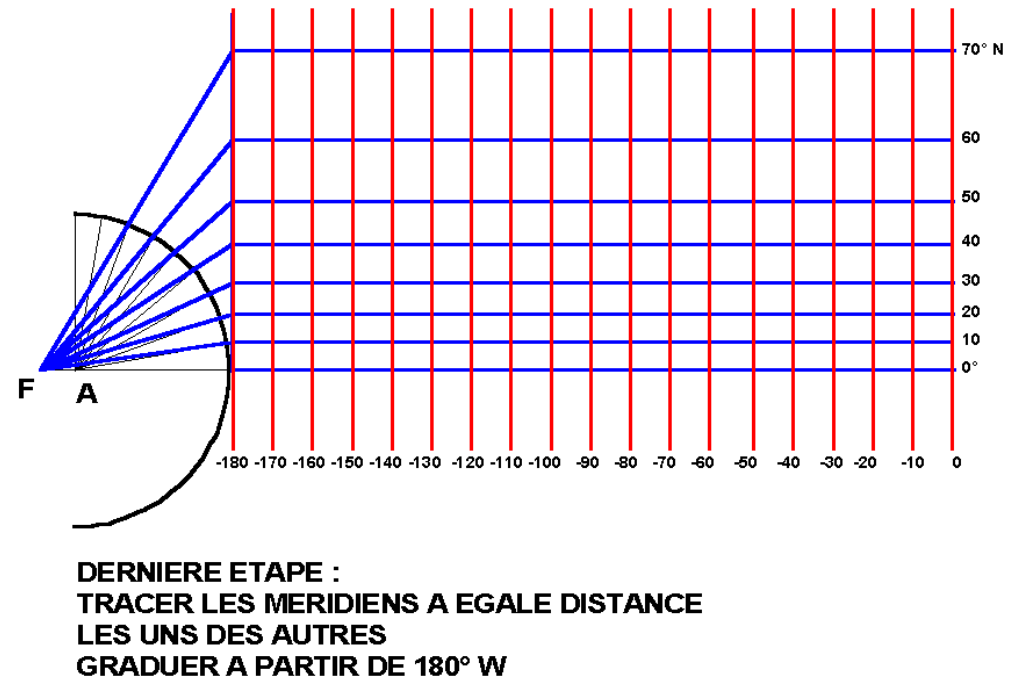
Etape 4

### CONSTRUCTION D'UN QUADRILLAGE MERCATOR



Étape 5

### CONSTRUCTION D'UN QUADRILLAGE MERCATOR

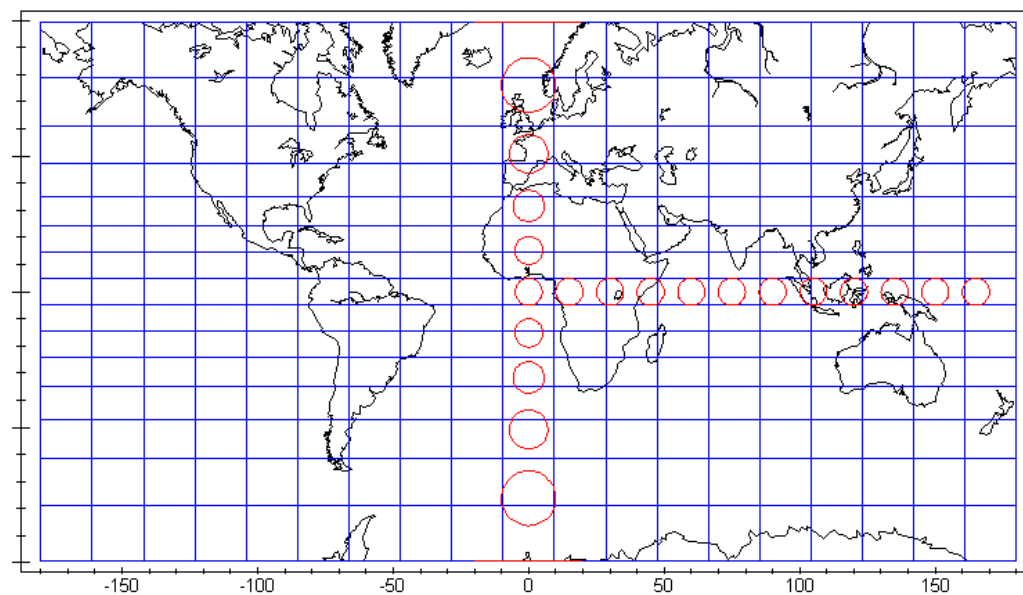


Étape 6

*PROJECTION MERCATOR CONFORME 1511*

$$x = \lambda$$

$$y = \ln \left( \tan \left( \frac{1}{4} \pi + \frac{1}{2} \phi \right) \right)$$



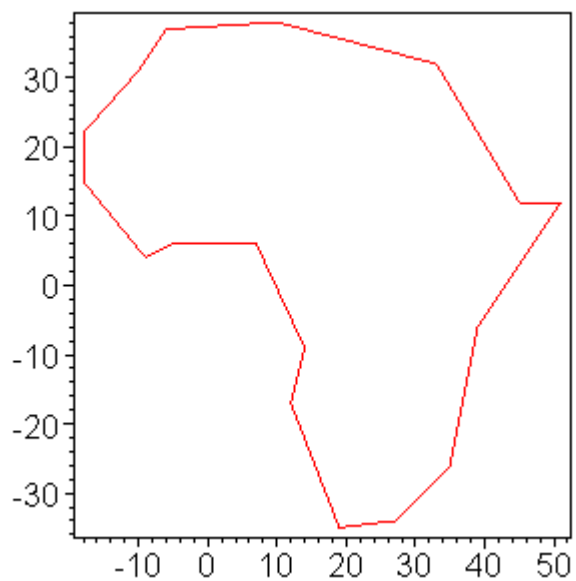
*Logiciel PCM V 2.41R Projections Cartographiques avec Maple*

*données détaillées avec indicatrices de Tissot*

*Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2000*

Afrique simplifiée, en degrés, longitudes W négatives, latitudes Sud négatives.

LON	LAT
-18.0	22.0
-10.0	31.0
-6.0	37.0
10.0	38.0
33.0	32.0
45.0	12.0
51.0	12.0
39.0	-6.0
35.0	-26.0
27.0	-34.0
19.0	-35.0
12.0	-17.0
14.0	-9.0
7.0	6.0
-5.0	6.0
-9.0	4.0
-18.0	15.0
-18.0	22.0



- Résultat à obtenir

## ETUDE DES PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES

### INCIDENCE DU CHOIX DE L'ELLIPSOÏDE SUR LA REPRESENTATION CARTOGRAPHIQUE

- [Quelques éléments d'histoire de la géodésie du III<sup>e</sup> siècle avant jusqu'aux satellites](#)
- [Principales caractéristiques des ellipsoïdes internationaux](#)
- [Etude des incidences cartographiques du choix de l'ellipsoïde pour une même méthode de projection](#)
- [Programme Maple de représentation des différents ellipsoïdes en projection Mercator](#)

## EVOLUTION DE LA GEODESIE

### A. La géodésie est la science qui détermine la forme et les dimensions de la Terre dans l'espace à trois dimensions.

A partir des Grecs et jusqu'à la fin du XVII<sup>e</sup> siècle, il est admis que la terre est sphérique. La réponse à la question de sa forme est donc simple, la seule inconnue réside en la longueur du rayon terrestre. La détermination de cette grandeur se pose alors comme l'activité propre des savants géodésiens.

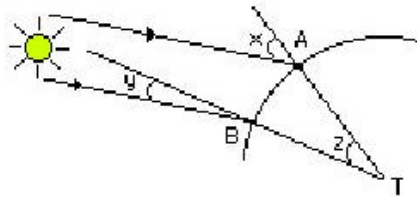
Une seule technique dite "méthode des arcs", est employée ; elle fut élaborée dans son principe par Eratosthène au III<sup>e</sup> siècle av. J. C., et met en oeuvre des mesures de distances à la surface de la terre et des mesures astronomiques, c'est-à-dire des mesures de directions de la verticale. On trouvera cette méthode exposée à la BNF dans la partie « Dossiers pédagogiques » du site « mesurer la Terre » :

<http://www.bnf.fr/web-bnf/expos/ciel/maths/pdf/mesurt2.pdf>

Ou bien sur le site de Serge Mehl:

<http://chronomath.irem.univ-mrs.fr/chronomath/Eratosthene.html>

« En astronomie, il se distingua par son remarquable calcul de la longueur du méridien terrestre qu'il évalue à environ 40000 km en remarquant qu'au solstice d'été, le soleil est au zénith à Assouan (Syène à l'époque) au sud et approximativement (à 3° près) sur le même méridien qu' Alexandrie où, au même moment, l'ombre d'un obélisque montre que les rayons solaires sont inclinés de 7°12' par rapport à la verticale. Si A désigne Alexandrie, dire que le Soleil est au zénith signifie que l'angle x est nul.



D'une façon générale : si A et B sont deux lieux situés sur un même méridien (même longitude), notons x et y les mesures en radians des angles entre les rayons du soleil (supposés parallèles) et les verticales en A et B, z la mesure en radians de l'angle  $\angle ATB$ , R le rayon de la Terre (supposée sphérique), L sa circonférence et d la mesure de l'arc AB. On a alors :

$$z = |x - y|, R = d/z, L = 2\pi R$$

Si on utilise les degrés, on aura  $L = 360d/z$ .

Dans le cas qui nous intéresse,  $d = 830$  km (5000 stades, distance connue car parcourue à pied par les armées...) et  $7^\circ 12' = 7,2^\circ$ . On a alors  $L = 41500$  km.

Si l'on considère le rayon de la Terre à l'équateur : 6378 km, on obtient aujourd'hui 40074 km. Le résultat d'Eratosthène est donc tout à fait remarquable : 3% d'erreur. »

En fait cette définition de la géodésie par son "objet" seul : la forme de la terre, méconnaît une réalité essentielle de toute science : ses implications sociales, politiques et religieuses. Dès l'origine la géodésie a comporté des aspects autre que celui de la détermination d'une surface dont la connaissance pure n'était l'objectif que de quelques savants. Concrètement la surface terrestre n'est pas une sphère mais revêt une forme extrêmement complexe donnée par la nature ou modifiée par l'homme. La connaissance de cette surface là de ses détails, non dans leur nature mais dans leur position et leurs grandeurs implique des aspects très nombreux de la vie des hommes, politiques, religieux, sociaux : lever l'impôt ou faire la guerre, penser le Monde pour les Eglises les voyageurs, marchands. Rappelons la mise à l'index des idées de Copernic en 1616 par l'Eglise catholique. Ces aspects affectent profondément le



développement de la géodésie et de la cartographie. A cet égard l'exposition de la BNF « Ciel et Terre » est particulièrement démonstrative.

<http://www.bnf.fr/web-bnf/expos/ciel/index.htm>

La géodésie peut donc être caractérisée comme l'unité de deux objectifs : connaissance globale de la forme de la surface terrestre et connaissance concrète des particularités de la surface réelle.

La synthèse, jusqu'à une époque très récente (milieu du XX<sup>e</sup> siècle) a pris la forme de la détermination des coordonnées géométriques d'un certain nombre de points dits « points géodésiques » considérés comme appartenant à une surface mathématiquement parfaite, la sphère d'abord, l'ellipsoïde ensuite. La détermination de la localisation de chaque élément particulier de la surface, à partir des points géodésiques étant assurée par une technique particulière : la topographie et la représentation de ces éléments sur une surface plane par la cartographie.

Ainsi depuis l'antiquité grecque jusqu'au milieu du XX<sup>e</sup> siècle, la géodésie a-t-elle eu pour tâche de déterminer une surface mathématique simple et de localiser des points sur cette surface. Cette géodésie peut être dite avec le recul : bidimensionnelle et géométrique.

## **B. La problématique de la sphère, solide et immobile. ( XVI<sup>e</sup>siècle)**

La surface de référence est donc supposée sphérique. En ce qui concerne la localisation des points, le problème est double :

- d'une part déterminer la position relative de ces points.
  - d'autre part assurer leur localisation absolue sur la sphère, modèle théorique.
- Ce dernier problème imposant de définir un référentiel fixe par rapport à la sphère :

Dans cette première problématique profondément marquée par l'astronomie, le référentiel s'impose de lui-même : il a pour élément le centre de la sphère, l'axe de rotation de la sphère céleste censée tourner autour d'une terre immobile, (ceci impose l'équateur) et un grand cercle polaire arbitrairement choisi. Tout point est localisé sur la surface par deux coordonnées, deux angles; latitude et longitude. Les mesures astronomiques de hauteur d'astres permettent d'obtenir la latitude de différents lieux. En revanche l'absence de « garde temps » empêche toute détermination astronomique de longitude. Celles-ci ne peuvent être obtenues que par des mesures relatives de position sur la surface terrestre. Ces mesures sont alors essentiellement des distances obtenues à partir des temps de parcours pédestres ou maritimes.

## **C. L'ellipsoïde fluide et en mouvement - XVIII<sup>e</sup> et XIX<sup>e</sup> siècle.**

Entre 1543 « *De revolutionibus orbium caelestium libri* », Copernic et 1687

« *Philosophiae naturalis principia mathematica* », Newton, un certain nombre de découvertes révolutionnent la conception de la géodésie.

- la terre est en mouvement, sur elle même et autour du soleil
- ce mouvement impose une forme ellipsoïdale.

Les grands problèmes de la géodésie deviennent donc

- la détermination de l'ellipsoïde : grand axe et aplatissement
- la localisation de points sur cet ellipsoïde.

En ce qui concerne la première question, la « méthode des arcs » reste la technique la plus appropriée. Selon qu'elle est utilisée à l'équateur ou au pôle elle permet de déterminer grand axe et petit axe, donc l'aplatissement. Cette méthode se trouve nettement améliorée par la qualité des mesures:

la différence de latitude est obtenue à partir de mesures astronomiques utilisant la lunette.

la distance est mesurée par la technique de triangulation

La localisation des points.

Le référentiel : il reste unique et déterminé par les phénomènes astronomiques : l'ellipsoïde est de révolution et en rotation autour de son axe ; ce dernier sera donc choisi comme élément du référentiel avec du même coup l'équateur. Un plan méridien choisi comme origine des longitudes vient compléter ce système dans lequel tout point est, comme dans la première problématique déterminé par ses deux coordonnées géographiques, longitude et latitude.

Mais cette nouvelle problématique va rapidement se complexifier. Mac-Laurin et Clairaut (milieu du XVIII<sup>e</sup>) posent la terre comme figure d'équilibre d'une masse fluide pesante en rotation. Il devient possible de déduire de mesures de la pesanteur une valeur de l'aplatissement meilleure que celle déduite de la méthode des arcs.

Il reste acquis, pour l'époque que la terre est ellipsoïdale et en mouvement, et cette ellipsoïde peut être déterminé de deux façons :

à partir de mesures géométriques d'angles et de distances entre points de la surface topographique, mesures auxquelles on fait subir des corrections pour tenir compte du relief.

à partir de mesures "dynamiques" du champ de la pesanteur (attraction universelle et forces de rotation). La Terre, la surface terrestre est alors définie comme surface équipotentielle du champ de la pesanteur.

La géodésie se scinde à ce moment en une : géodésie géométrique et une géodésie dynamique. Pendant longtemps la première va rester principale car c'est elle qui résout le problème concret de la localisation. Cependant c'est dès cette époque, la seconde qui assure la détermination la plus précise de l'aplatissement. Ces deux géodésies peuvent être qualifiées de « bidimensionnelle » Elles ont toutes deux comme objet fondamental une surface de référence supposée ellipsoïdale.

D. Le géoïde.

A peine les résultats de Clairaut sont-ils reconnus que les faits viennent les relativiser. Pas plus que la surface topographique, la surface équipotentielle du champ de la pesanteur ne saurait être un ellipsoïde puisque les masses montagneuses « aléatoires » vont exercer une attraction aléatoire déformant l'ellipsoïde idéal. La géodésie dynamique est peu à peu amenée à reconnaître que la surface qu'elle cherche à déterminer n'est qu'approximativement un ellipsoïde. Elle attribue un nom à une surface équipotentielle particulière, celle correspondant, dans les secteurs océaniques, au « niveau moyen des mers ». Cette surface est, dans les secteurs continentaux, supposée être le « prolongement » du niveau moyen des mers : son nom est le géoïde. Remarquons qu'il ne diffère au plus que d'une centaine de mètres d'un ellipsoïde alors que l'écart entre la surface topographique et l'ellipsoïde peut atteindre 8 km.

Les référentiels.

La notion d'un référentiel unique disparaît avec celle d'une surface mathématique simple déterminée, comme surface de la terre. D'autre part en effet la géodésie dynamique précise son propre référentiel

centre 0 voisin du centre de gravité des masses terrestres

axe Z parallèle à l'axe moyen de rotation.

axe OX tel que le plan OXZ contienne un point de l'observatoire de Greenwich

Il est donc indépendant de toute référence à un ellipsoïde. D'autre part la géodésie géométrique multiplie ses propres référentiels en multipliant ses ellipsoïdes et leur position par rapport à la surface topographique (ces deux ensembles constituent un « datum »). En effet, comme il n'existe pas un seul ellipsoïde, surface géométrique mathématiquement simple

de la Terre , divers géodésiens peuvent définir ce qui leur semble être le "bon ellipsoïde", et qui n'est en fait que l'ellipsoïde le plus approprié à leur objectif particulier : la représentation du secteur de la surface topographique qu'ils doivent localement, à l'échelle de leurs pays, représenter.

## E. La géodésie tridimensionnelle.

Avant même le lancement des premiers satellites artificiels un certain nombre de géodésiens étaient préoccupés par les difficultés que rencontre la géodésie classique dans certaines de ses définitions ou de ses conclusions.

- convient-il de représenter la surface topographique sur l'ellipsoïde ou sur le géoïde, et dans ce cas comment en faire la représentation plane ?
- comment peut-on définir l'image ellipsoïdale d'un point de la surface topographique. Faut-il considérer sa projection orthogonale sur l'ellipsoïde ou ne vaut-il pas mieux adopter la définition de transfert suivant la ligne de force de la pesanteur ?
- comment peut-on réduire à l'ellipsoïde les observations angulaires effectuées selon la verticale physique ? etc.

En 1956 au cours d'un symposium réuni à Munich que le géodésien anglais Hotine, présente un aspect géodésique nouveau qui devient très rapidement la géodésie tridimensionnelle. Il semble que Molodensky avait également vers 1948 émis un certain nombre de conclusions analogues mais qui n'avaient été diffusées qu'en U.R.S.S.

Pour Hotine le problème de la géodésie doit être repensé, non dans l'espace à deux dimensions de la surface de l'ellipsoïde de référence, dimensions auxquelles on en ajoute une troisième tout à fait indépendante l'altitude, mais dans le cadre d'un système à trois dimensions défini par un trièdre trirectangle de coordonnées, et par un certain nombre de trièdres auxiliaires locaux, rattachés à ce dernier.

Les paramètres qui définissent la géodésie en un point de la surface topographique sont ses coordonnées spatiales (X,Y,Z) et les cosinus directeurs de la verticale en ce point.

Le but de la géodésie devient la description spatiale directe de la forme de la surface topographique, sans chercher à lui imposer a priori le support approché de l'ellipsoïde. A la description géométrique doit s'ajouter la description dynamique, en particulier, en chaque point on se proposera de connaître le potentiel et la pesanteur et on fera concourir tout l'ensemble à une synthèse générale. C'est un très beau programme, c'est celui que la géodésie s'est toujours proposé, mais conçu sous un aspect plus synthétique, sans séparer a priori les variables et sans s'imposer le carcan de l'ellipsoïde- ce qui ne veut d'ailleurs pas dire que l'on n'utilisera pas ce dernier à titre d'auxiliaire commode, pour linéariser certains problèmes dont la solution n'est pas du premier degré.

Les mesures sur lesquelles se base la géodésie tridimensionnelle sont

- les mesures angulaires azimutales habituelles ;
- les mesures de distances zénithales,
- les mesures de pesanteur qui concourent simultanément avec les mesures de nivellement à définir la pesanteur et le potentiel,
- les mesures astronomiques de latitude longitude et azimut.

Il n'y a là rien de bien nouveau sinon l'emploi conjugué de l'ensemble de ces moyens et la manière de leur utiliser. La géodésie tridimensionnelle ne s'occupe que de décrire ce qui est visible et directement accessible à l'expérience, elle cherche à définir un polyèdre géodésique ou plus exactement un ensemble de points dont les coordonnées trirectangleles ainsi que les

autres éléments : direction de la verticale, intensité de la pesanteur, potentiel soient déterminés, et elle oriente ses calculs de manière à l'obtenir. Ajoutons à cela que les méthodes tridimensionnelles se sont trouvées fort bien adaptées à l'exploitation des travaux sur satellites.

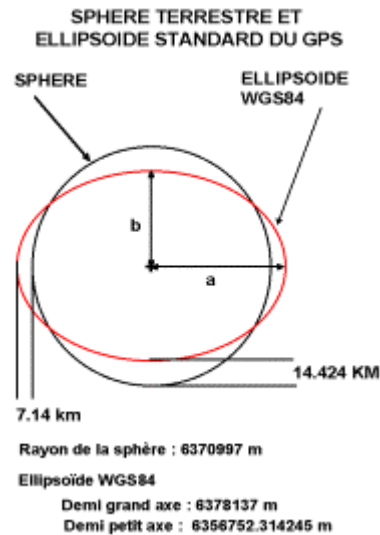
Ainsi la géodésie est-elle libérée de tout a priori. Elle admet la complexité de son objet, elle reconnaît qu'aucune loi simple ne pourra le représenter. Son « résultat » ne peut plus être qu'une masse énorme d'informations que recueille le satellite et traite l'ordinateur. Au sein de cette complexité, les lois, les invariants ne se présentent plus que comme des moyens d'économiser de l'information. L'information, c'est-à-dire la représentation du particulier a détrôné la « loi » et règne en maître. Comme la société, la géodésie s'informatise...

Thierry Hatt, adapté du « Cours de cartographie spatiale », Stage CNES 5 au 19 juin 1979, Toulouse

## COMPARAISON DES DIFFERENTS ELLIPSOIDES

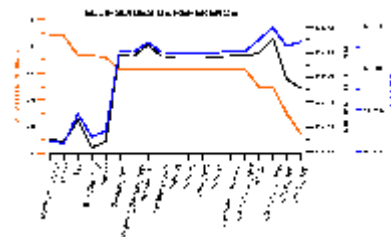
- Méthode

Pour caractériser les différents ellipsoïdes il faut recourir à d'autres moyens que la représentation graphique directe, à l'échelle d'un écran l'aplatissement de 1/300 soit quinzaine de km de différence entre la sphère et l'ellipse ne peut se voir. Aussi utilisons nous ici d'autres moyens.

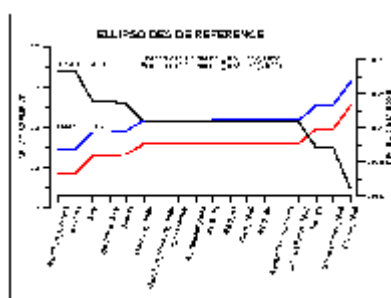


- Comparaison sphère terrestre et ellipsoïde (écarts très agrandis)

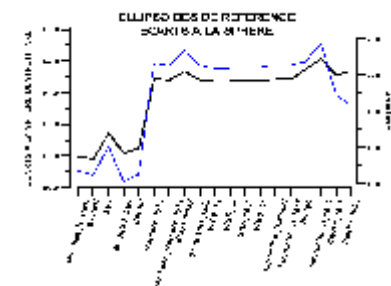
- Dimension des axes et aplatissement des ellipses internationales



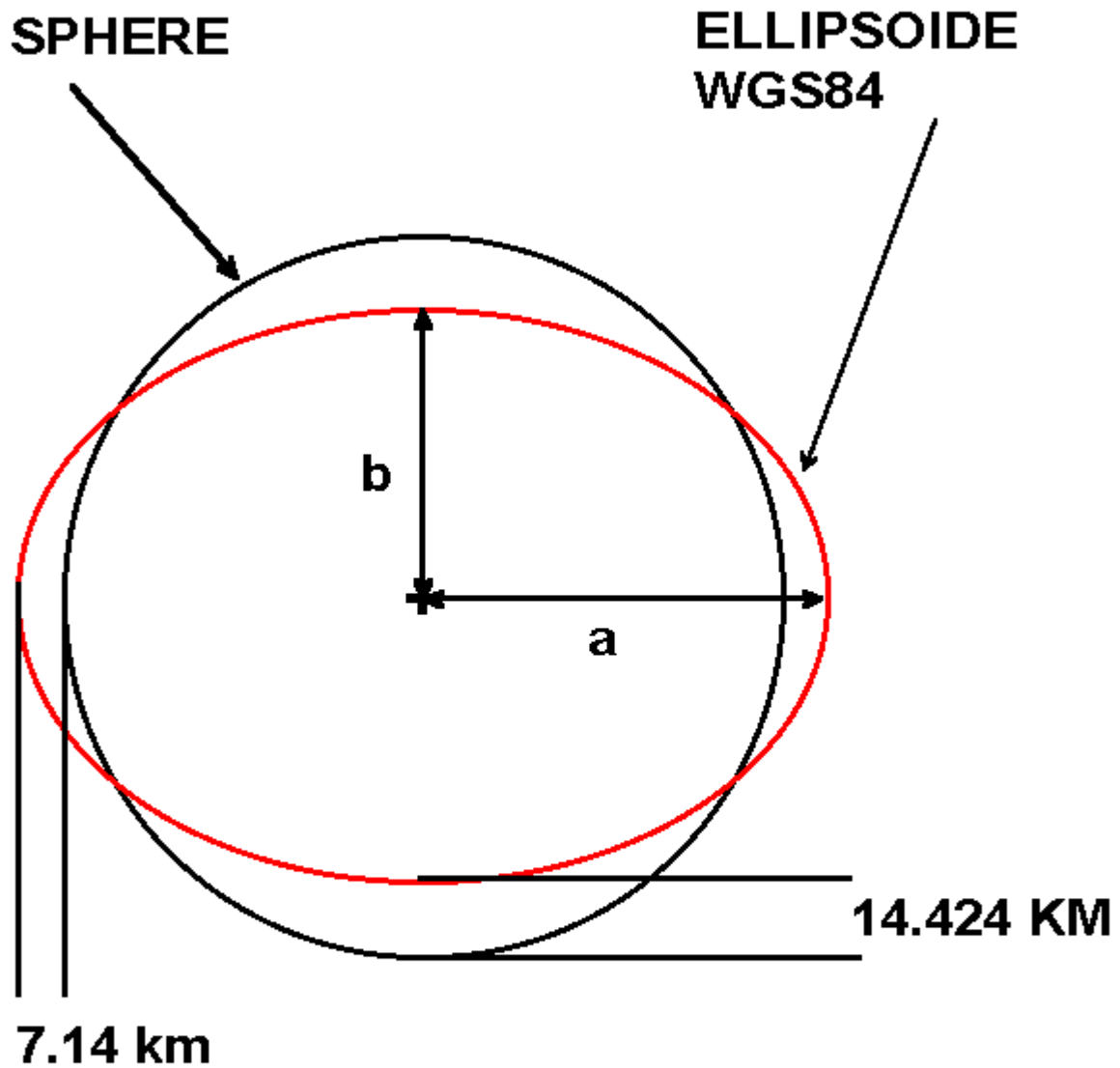
- Aplatissement et excentricités d'ordre 1 et 2



- Ecart du grand et petit axes à la sphère



# SPHERE TERRESTRE ET ELLIPSOIDE STANDARD DU GPS



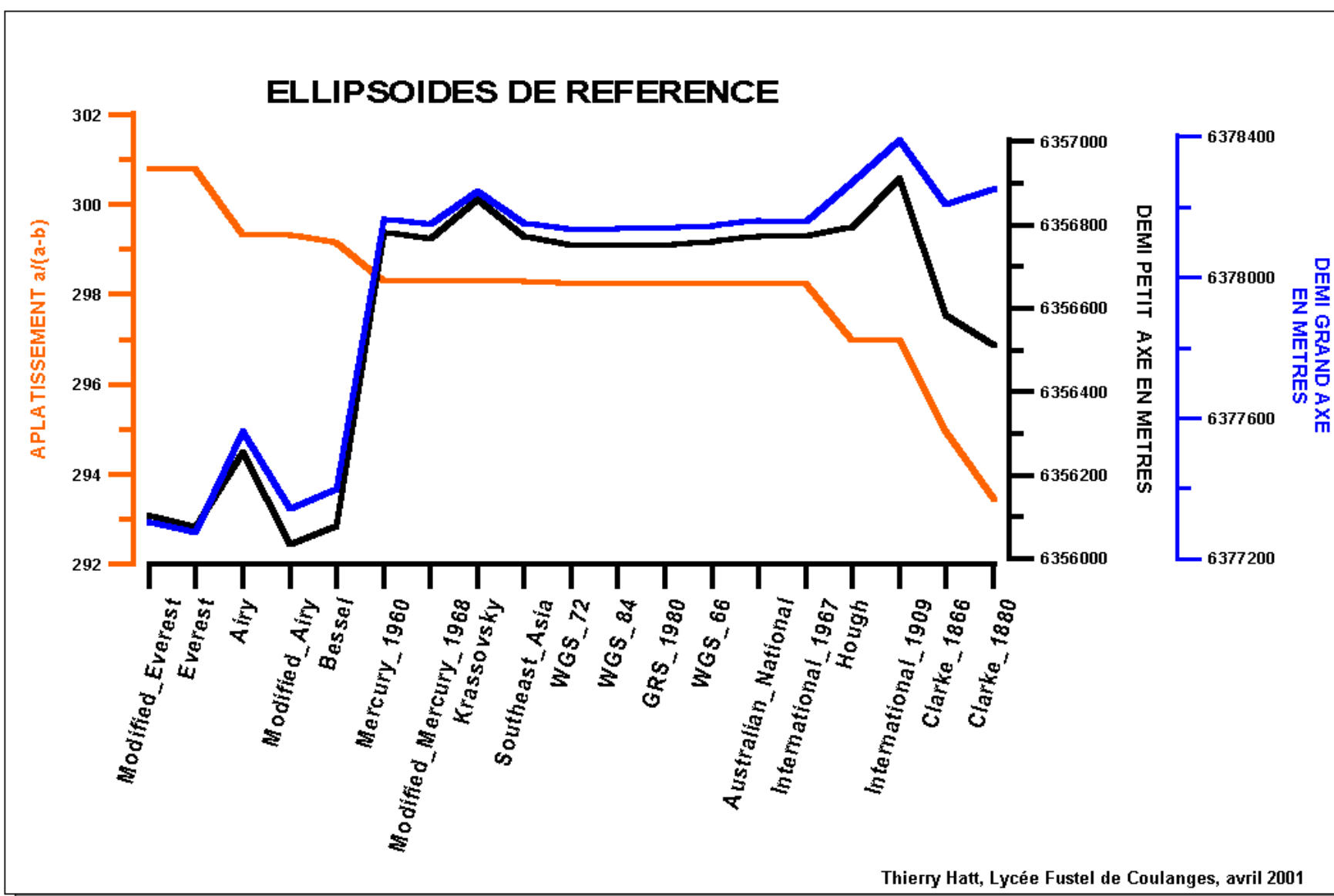
**Rayon de la sphère : 6370997 m**

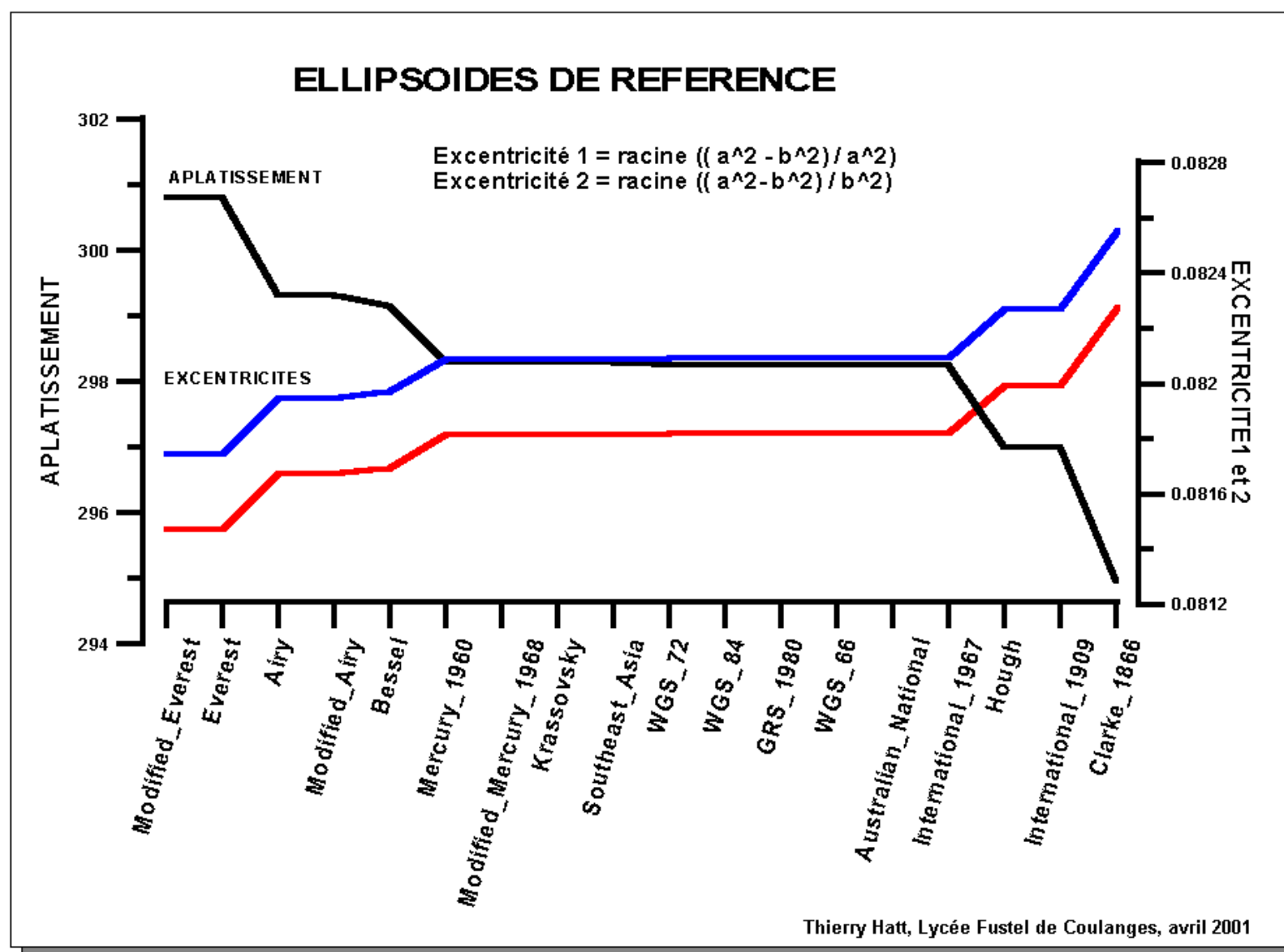
**Ellipsoïde WGS84**

**Demi grand axe : 6378137 m**

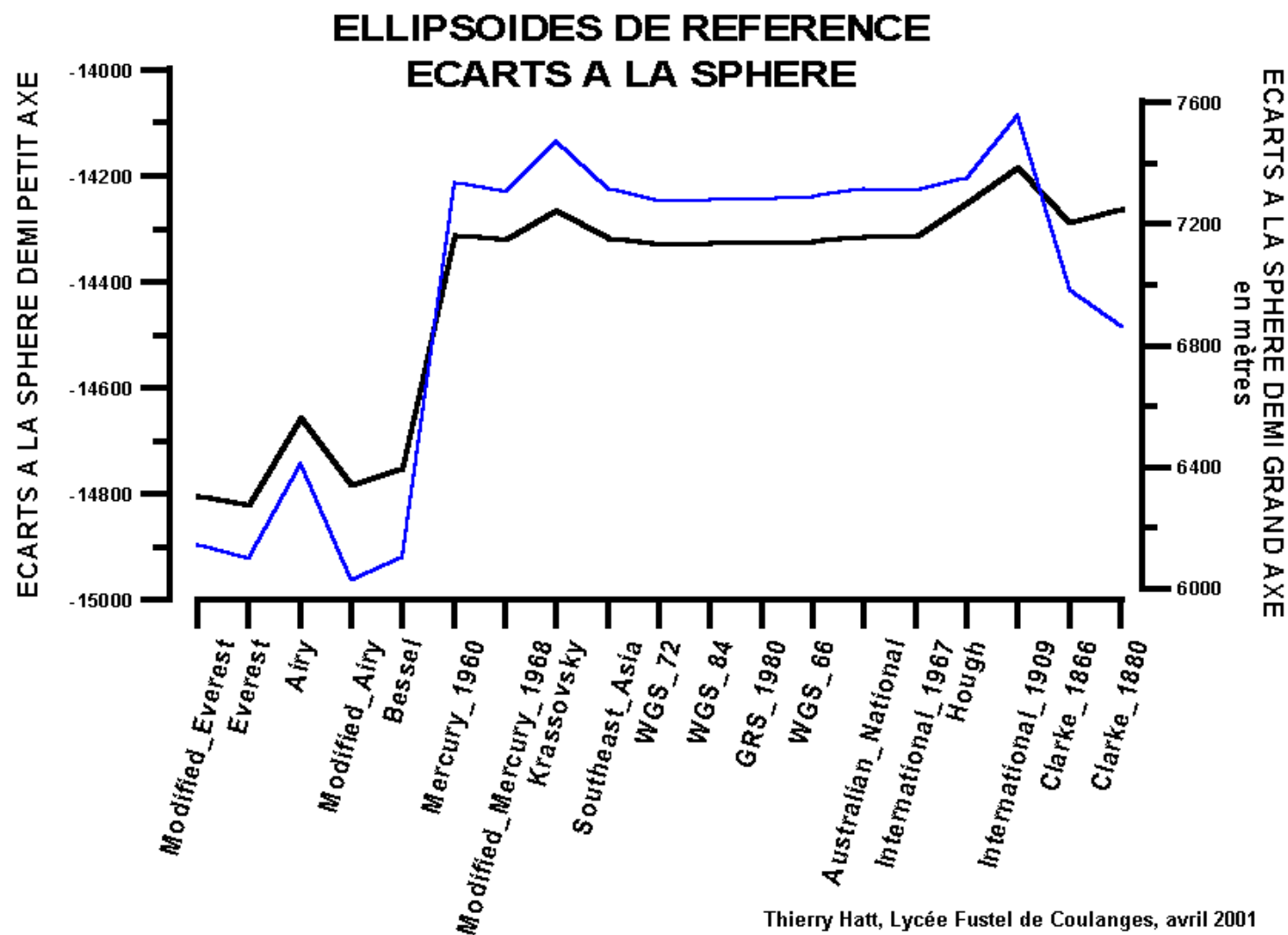
**Demi petit axe : 6356752.314245 m**

Les écarts sont évidemment très grossis









## INCIDENCES DU CHOIX DE L'ELLIPSOÏDE SUR LA REPRÉSENTATION CARTOGRAPHIQUE / EXEMPLE A GRANDE ECHELLE

- Méthode

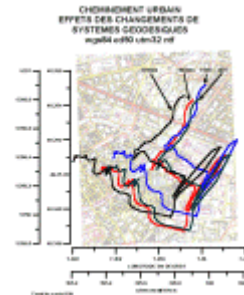
Pour isoler l'incidence cartographique du choix de l'ellipsoïde sur la représentation cartographique nous avons utilisé une fiche technique de l'école nationale des sciences géographiques [http://www.ensg.ign.fr/SGN/notices/notice\\_menu.htm](http://www.ensg.ign.fr/SGN/notices/notice_menu.htm)

Il s'agit de la projection de Mercator utilisant l'ellipsoïde de. Les calculs sont complexes et nous avons programmé l'application en Maple ([voir le listage de l'application joint](#)).

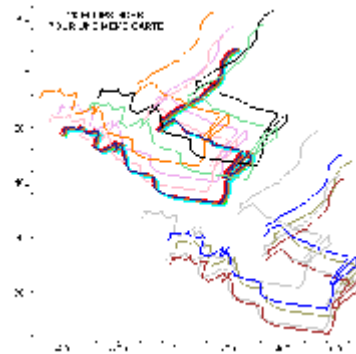
Les données associées sont la promenade à Strasbourg en GPS publiée [par ailleurs](#). Nous y avons appliqué les [20 ellipsoïdes internationaux](#).

Il est impossible de représenter graphiquement à l'échelle (aplatissements de  $1/300^\circ$ ) la sphère et l'ellipsoïde - aucune différence n'apparaît - il faut donc recourir à d'autres critères comme l'aplatissement ou l'excentricité. [Voir les pages en question](#)

- WGS84, NTF, ED50 sur le fond de carte IGN de Strasbourg



- Tous les ellipsoïdes sur une même carte



- [La sphère et les autres ellipsoïdes](#)
- [Les générations successives du World Geodetic System : 66-72-84](#) (Le WGS84 est utilisé sur tous les GPS par défaut)
- [Clarke 1880 \(Nouvelle triangulation française NTF\), Internationale 1909, Internationale 1967, WGS84](#)
- [Le nouveau système français RGF93 \(c'est le GRS80\) et WGS84](#)
- [Clarke 1880 \(NTF\) Hayford 1924 \(ED50\) et WGS84](#)

## Quelques ellipsoïdes : nom, demi grand axe, demi petit axe

====> ellipsoïdes utilisés en France

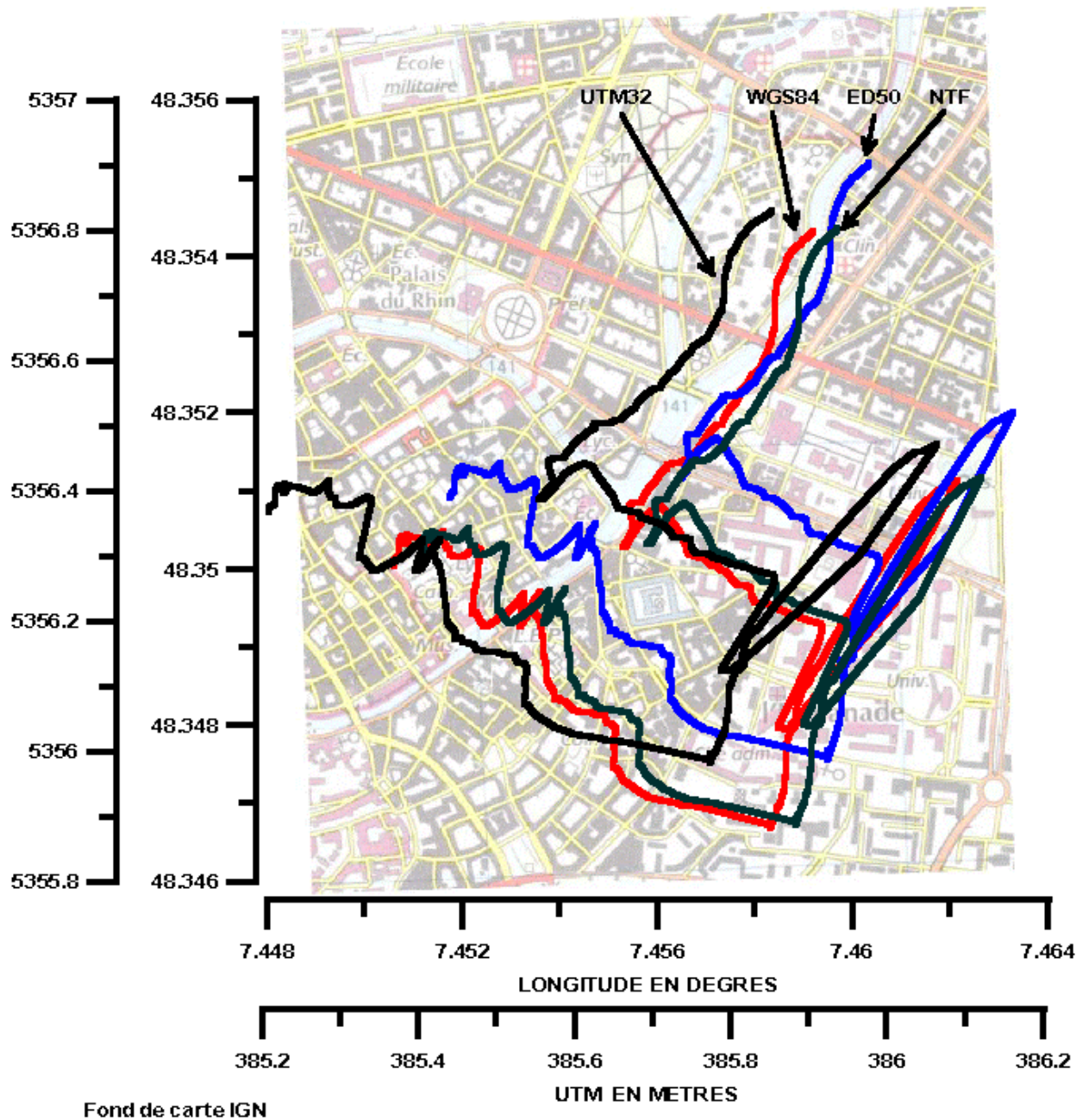
WGS84 : Ellipsoïde de référence : GRS80 ou WGS84 (très proches, moins d'un mm de différence). Géoid utilisé pour les altitudes : WGS-84 Geoid Heights, défini par pas de 0.25 degrés par la NIMA (US National Imagery and Mapping Agency), méridien de référence : Greenwich Projections et coordonnées associées : UTM (Universal Transvers Mercator) entre les latitudes 80° sud et 84° nord. UPS (Universal Polar Stereographic) pour les pôles.

ED50 : Ellipsoïde de référence : International 1924 (Hayford 1909). Somme des observations nationales européennes. Point fondamental : Helmert Tower à Postdam. Coordonnées géographiques : en degrés, méridien de référence : Greenwich Projection et coordonnées associées : UTM

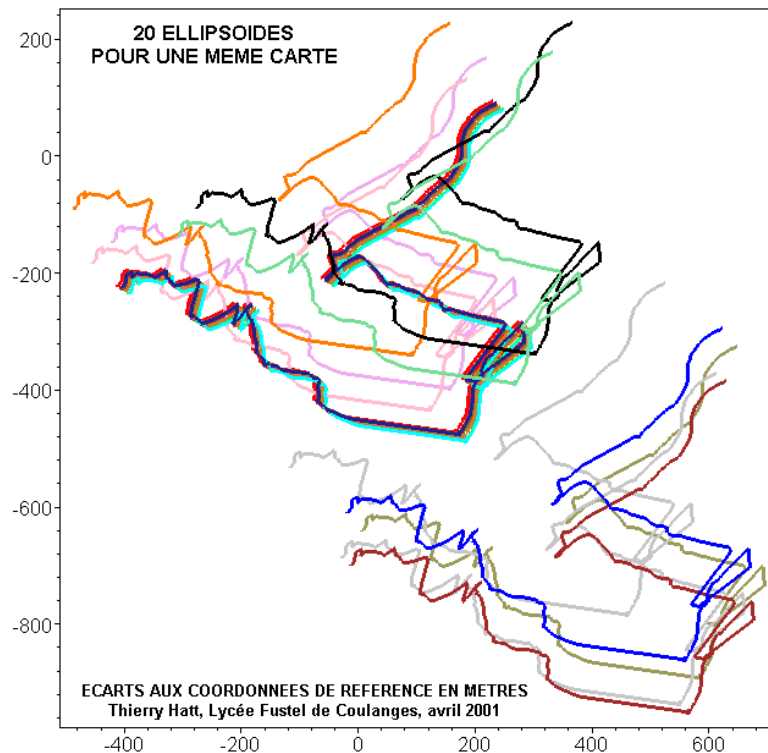
NTF : Ellipsoïde de référence : Clarke 1880 IGN Triangulation de l'IGN, point fondamental : Panthéon à Paris. Niveau de référence des altitudes : niveau moyen de la mer à Marseille. Coordonnées géographiques : en grades, méridien de référence : Paris Projections et coordonnées associées : Projections coniques conformes Lambert.

[[Clarke\_1866, 6378206.40, 6356583.80],  
====>[Clarke\_1880\_IGN\_NTF, 6378249.1450, 6356514.869550],  
[Bessel, 6377397.1550, 6356078.962840 ],  
[International\_1967, 6378157.50, 6356772.20 ],  
[International\_1909, 6378388.00, 6356911.946130 ],  
[WGS\_72, 6378135.00, 6356750.519915 ],  
[Everest, 6377276.345200, 6356075.413300 ],  
[WGS\_66, 6378145.00, 6356759.769356 ],  
====>[GRS\_1980\_RGF93, 6378137.00, 6356752.314140 ],  
[Airy, 6377563.3960, 6356256.9100 ],  
[Modifié\_Everest, 6377304.0630, 6356103.0390 ],  
[Modifié\_Airy, 6377340.1890, 6356034.4480 ],  
====>[WGS\_84\_IA\_GRS80, 6378137.00, 6356752.314245 ],  
[Sud\_Est\_Asie, 6378155.00, 6356773.320500 ],  
[Australien\_National, 6378160.00, 6356774.7190 ],  
[Krassovsky, 6378245.00, 6356863.018800 ],  
[Hough, 6378270.00, 6356794.343479 ],  
[Mercury\_1960, 6378166.00, 6356784.283666 ],  
[Modifié\_Mercury\_1968, 6378150.00, 6356768.337303 ],  
[Hayford\_1924\_ED50, 6378388.0, 6356911.9461],  
[Sphere, 6370997.00, 6370997.00 ]]:

# CHEMINEMENT URBAIN EFFETS DES CHANGEMENTS DE SYSTEMES GEODESIQUES wgs84 ed50 utm32 ntf

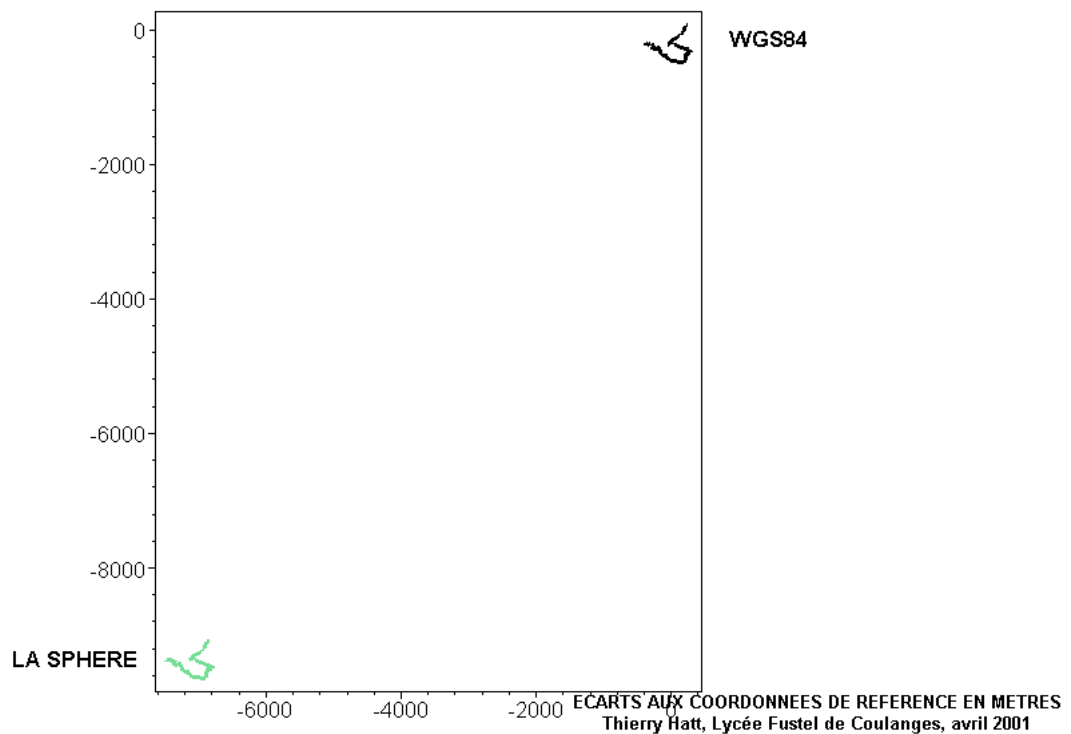


Promenade GPS dans Strasbourg, projetée selon divers ellipsoïdes

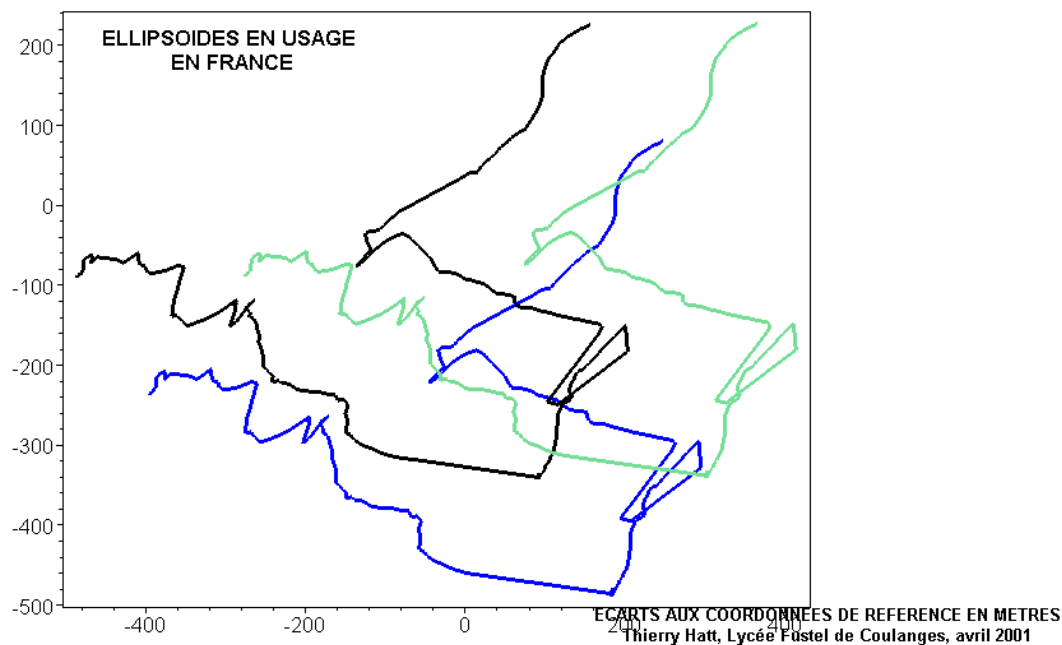


#### LA SPHERE ET L'ELLIPSOIDE WGS84

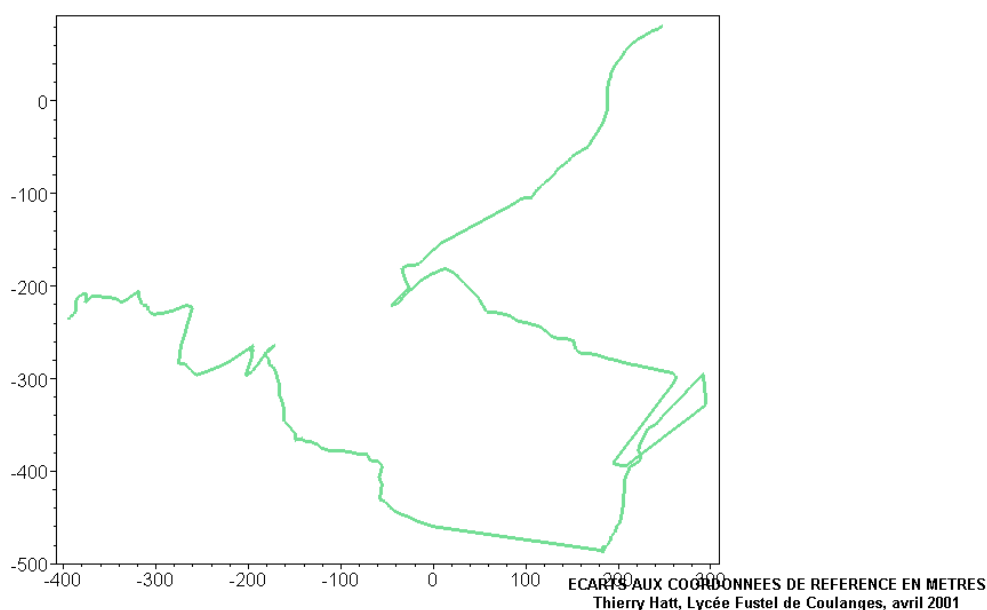
*nom* *demi grand axe* *demi petit axe* *excentricité* *couleur*  
*Sphere*, .6370997000000 10<sup>7</sup>, .6370997000000 10<sup>7</sup>, 0., *aquamarine*,  
*WGS\_84*, .6378137000000 10<sup>7</sup>, .6356752314245 10<sup>7</sup>, .081819190842964302349, *black*,



nom	demi grand axe	demi petit axe	excentricité	couleur
Clarke_1880_IGN_NTF	.6378249145000 $10^7$	.6356514869550 $10^7$	.082483400043760624778	aquamarine
Hayford_1924_ED50	.63783880 $10^7$	.63569119461 $10^7$	.081991890032286568138	black
WGS_84	.6378137000000 $10^7$	.6356752314245 $10^7$	.081819190842964302349	blue



nom	demi grand axe	demi petit axe	excentricité	couleur
GRS_1980_RGF93	.6378137000000 $10^7$	.6356752314140 $10^7$	.081819191043495395458	aquamarine
WGS_84	.6378137000000 $10^7$	.6356752314245 $10^7$	.081819190842964302349	black



## Ellipsoides version 4.0 Thierry Hatt, avril 2001 Programme Maple

Comparaison des projections associées à différents ellipsoïdes, une seule projection Mercator, 20 ellipsoïdes différents

```
> restart; with(plots): setoptions(axes=boxed, scaling=constrained, color=blue,
thickness=3): Digits:=20: with(linalg):
```

Pour la projection adaptation de la note technique IGN NT/G 75 janvier 1975  
site de <http://www.ensg.ign.fr/SGN/Notices/>

```
> Pi180:= evalf(Pi/180):
```

```
> liste_couleurs:=[aquamarine, black, blue, navy, coral, cyan,
brown, gold, green, gray, grey, khaki,
magenta, maroon, orange, pink, plum, red,
sienna, tan, turquoise, violet, wheat,
yellow ]:
```

### Jeu de données promenade GPS dans Strasbourg

```
> data:=[[48.35432,7.45919], etc ...[48.35006,7.45061]]: # 232 couples de points latitudes,
longitudes
```

Définition des ellipsoïdes :  
nom, demi grand axe, demi petit axe

```
> liste_def:=
[[Clarke_1866, 6378206.400000,6356583.800000],
[Clarke_1880_IGN_NTF, 6378249.145000,6356514.869550],
[Bessel, 6377397.155000,6356078.962840 ],
[International_1967, 6378157.500000,6356772.200000 ],
[International_1909, 6378388.000000,6356911.946130 ],
[WGS_72, 6378135.000000,6356750.519915 ],
[Everest, 6377276.345200,6356075.413300 ],
[WGS_66, 6378145.000000,6356759.769356 ],
[GRS_1980_RGF93, 6378137.000000,6356752.314140 ],
[Airy, 6377563.396000,6356256.910000 ],
[Modifié_Everest, 6377304.063000,6356103.039000 ],
[Modifié_Airy, 6377340.189000,6356034.448000 ],
[WGS_84, 6378137.000000,6356752.314245 ],
[Sud_Est_Asie, 6378155.000000,6356773.320500 ],
[Australien_National, 6378160.000000,6356774.719000 ],
[Krassovsky, 6378245.000000,6356863.018800 ],
[Hough, 6378270.000000,6356794.343479 ],
[Mercury_1960, 6378166.000000,6356784.283666 ],
[Modifié_Mercury_1968, 6378150.000000,6356768.337303 ],
[Hayford_1924_ED50, 6378388.0, 6356911.9461],
[Sphere, 6370997.000000,6370997.000000 ]]:
```

## FONCTIONS DE CALCUL

### Conversion en radians

> **conv\_radians:=proc(data) local s, i, x, y, n, Pi180;**

**Conversion en radians du jeu de données  
(il faut reconstruire la liste)**

> **n:=nops(data); Pi180:= evalf(Pi/180); s:=NULL;**  
> **for i to n do x:=data[i, 2]; y:=data[i, 1]; x:=x\*Pi180; y:= y\*Pi180; s:=s, [x, y]**  
**od;**  
> **[s]**

> **end:**

-----

> **lat\_iso:=proc(e, phi)**

**Calcul de la latitude isométrique sur un ellipsoïde  
de première excentricité e en phi**

> **ln (tan (evalf(Pi/4)+phi/2)\*(((1-e\*sin(phi)) /(1+e \* sin(phi)))^(e/2)))**

> **end:**

-----

> **mercator:=proc(lambda, phi, e, n, Xs, Ys) local X, Y;**

**Calcul des coordonnées du point en proj. directe  
de Mercator à partir de lambda, phi**

> **X:= Xs + n \* lambda;**  
> **Y:= Ys + n \* lat\_iso ( e, phi);**  
> **[X, Y];**

> **end:**

-----

> **proj\_merc:=proc(lambda0, phi0, a, e, k0, X0, Y0)**  
**local n, Xs, Ys;**

**Détermination des paramètres de calcul en fonction  
des paramètres de déf. usuels de Mercator directe**

**lambda0 = longitude origine par rapport au méridien origine**

**phi0 = latitude origine**

**a = demi grand axe, e = excentricité 1ère**

**k0 = facteur d'échelle à l'origine**

**X0, Y0 : coordonnées du point origine en projection**



**n = rayon de la sphère intermédiaire**

```
> n:= k0 * cos(phi0)* ( a / (sqrt(1-e^2*sin(phi0)^2)));  
> Xs:= X0-n*lambda0; Ys:= Y0-n* lat_iso(e, phi0);  
> [n, e, Xs, Ys]
```

> **end:**

-----

> **merc\_ellipse:=proc(cdata, e, n, Xs, Ys) local nd, s, i, lambda, phi, xy;**

**Calcul de la projection pour une ellipse donnée  
data en radians**

```
> nd:=nops(cdata): s:=NULL:  
> for i to nd do  
  > lambda:=cdata[i, 2]; phi:= cdata[i, 1];  
  > xy:=mercator(lambda, phi, e, n, Xs, Ys):  
  > s:=s, [xy[2], xy[1]]  
> od;  
> [s]
```

> **end:**

-----

> **choix\_ellipse:=proc(numero, liste\_def) local nom, a, b, e;**

**Paramètres de l'ellipse - nom, demi grand axe,  
demi petit axe, excentricité**

```
> nom:=liste_def [numero, 1]: a:=liste_def [numero, 2]: b:=liste_def [numero, 3]:  
> e:=sqrt((a^2-b^2)/a^2):  
> [nom, a, b, e]
```

> **end:**

-----

**Détermination des paramètres**

> **det\_param\_merc:=proc(a, e) local phi0, lambda0, k0, X0, Y0, inter;**

```
> phi0:=evalf(48*Pi180): lambda0:=evalf(7*Pi180): k0:=1 :  
X0 := -3.086e+006 : Y0:= 3518300:  
> inter:=proj_merc(lambda0, phi0, a, e, k0, X0, Y0):
```

> **end:**

>

## PROGRAMME PRINCIPAL APPEL DES FONCTIONS

-----

Calcul de la projection pour l'ellipsoïde donné

> **cdata:=conv\_radians(data):**

-----

Choix des ellipsoïdes (ici tous)

> **liste:=NULL:for i to 20 do liste:=liste,i od: liste:=[liste]:**  
> **liste;nops(liste):**

-----

Calcul des plots pour la liste des ellipsoïdes

> **liste\_plot:=NULL: liste\_nom:=NULL:**

> **for i to nops(liste) do**  
    > **numero:=liste[i]:**  
    **Choix de l'ellipsoïde**  
    > **param:= choix\_ellipse (numero, liste\_def):**  
    > **nom:=param[1]: a:=param[2]: b:=param[3]: e:=param[4]: liste\_nom:=liste\_nom,**  
    **nom, a, b, e, liste\_couleurs[i],`n`;**  
    **Paramètres de la projection Mercator**  
    > **inter:=det\_param\_merc(a, e):**  
    > **n:=inter[1]: e:=inter[2]: Xs:=inter[3]: Ys:=inter[4]:**  
    **Génération du plot**  
    > **liste\_plot:= liste\_plot, plot(merc\_ellipse(cdata, e, n, Xs, Ys), color=liste\_couleurs[i])**  
> **od:**

-----

Affichage des résultats

> **print(`\n PROJECTION MERCATOR DIRECTE ELLIPSOIDALE \n`);**  
> **print(`COMPARAISON DES PRINCIPAUX ELLIPSOIDES UTILISES EN**  
**RANCE \n`);**  
> **print(`PROMENADE GPS A STRASBOURG ECHELLES EN METRES\n`);**  
> **print(`EN ECARTS AU MERIDIEN CENTRE SUR LA CARTE\n`);**  
> **print(` \n nom demi grand axe demi petit axe excentricité couleur`);**  
> **liste\_nom;**  
> **display([liste\_plot]);**

10.

**HISTOIRE DE LA CARTOGRAPHIE**  
**EVOLUTION DE LA PRECISION EN CARTOGRAPHIE**  
**1540-1770**

Nous présentons ici une partie du site Internet consacré à « Localisation et collecte de données par satellite », chapitre consacré à l'histoire de la localisation

## **HISTOIRE DE LA CARTOGRAPHIE**

### **EVOLUTION DE LA PRECISION EN CARTOGRAPHIE**

- [Liens vers des sites Internet consacrés à l'histoire de la cartographie](#)
- [Evolution de la précision de localisation ; comparaison des cartes du Monde et de la France](#)

### **OBJECTIFS ET METHODES**

- Objectifs : module de présentation de l'évolution de la précision de la cartographie dans le cadre du travail sur le positionnement global. Montrer que le problème de la longitude est très difficilement réglé, il faut attendre des méthodes astronomiques complexes (utilisables seulement à terre) pour ce calcul précis puis les montres de Harrison après 1740 pour le calcul de la longitude en mer. Montrer la lente apparition de l'esprit scientifique : à partir d'une certaine époque on trace seulement ce qu'on connaît avec certitude alors que les mythes l'emportent longtemps.
- Méthodologie :
  1. Numérisation des cartes anciennes dans G. Kish ou l'ouvrage de M. de la Roncière, très bonnes sources. Ces fonds numérisés ne sont pas fournis dans le montage Internet pour des raisons de droit d'auteur. Nous n'avons pas pris le temps de négocier la reproduction avec les éditeurs
  2. Nous avons vectorisé le tracé ancien à la souris.
  3. Pour effectuer des comparaisons valables il faut que le fond actuel utilise la même projection (Mercator, stéréographique, ovale, polaire ...) que la carte ancienne. Nous avons utilisé pour cela le logiciel PCM ([Projections cartographiques avec Maple](#) présenté dans ce même site)
  4. Nous avons vectorisé ces fonds détaillés actuels sauvegardés en mode dxf.
  5. Nous avons intégré dans un système d'information géographique l'image ancienne, le fond vectorisé ancien, le fond vectorisé actuel pour assurer les comparaisons. Ces fonds, séparés sont fournis pour reproduction dans le cadre d'un TP d'élève.
  6. Activité en module : présentation des documents séparés, fonds actuels et fonds anciens, à l'aide d'un atlas les élèves peuvent sur des calques retrouver les différences entre les tracés. Evolution au cours du temps, de deux aspects donnés en introduction, calculs des échelles, calculs des différences entre les coordonnées actuelles et celles de l'époque.

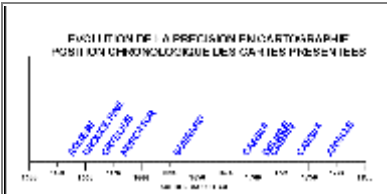


# HISTOIRE DE LA CARTOGRAPHIE


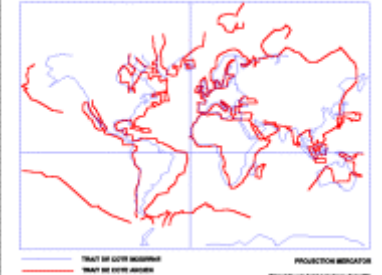


## EVOLUTION DE LA PRECISION EN CARTOGRAPHIE





### LE MONDE ET LA FRANCE


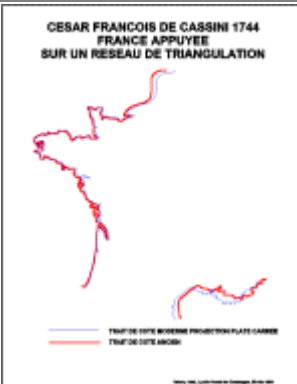

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">Objectifs et méthodologie</a></li> <li>• <a href="#">Références bibliographiques</a></li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">Matériel pédagogique</a></li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fonds de carte prêts pour l'impression, matériel pédagogique pour une séance de TP sur l'évolution de la précision de localisation</li> </ul>

### CARTES DU MONDE

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Axe chronologique des cartes présentées</li> <li>• <a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Battista Agnese 1540</li> <li>• <a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Projection "ovale", méthode graphique non programmée, je l'ai remplacée par la Winkel II qui lui est la plus proche. La bonne qualité relative des latitudes contraste avec les erreurs considérables de longitude, l'Inde est figurée comme une île..</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mercator, 1569 la carte fondatrice de la projection du même nom</li> <li>• <a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mercator explique longuement sa <a href="#">méthode de projection</a> sur cette carte en larges cartouches qui oblitérent en partie les continents.</li> </ul>

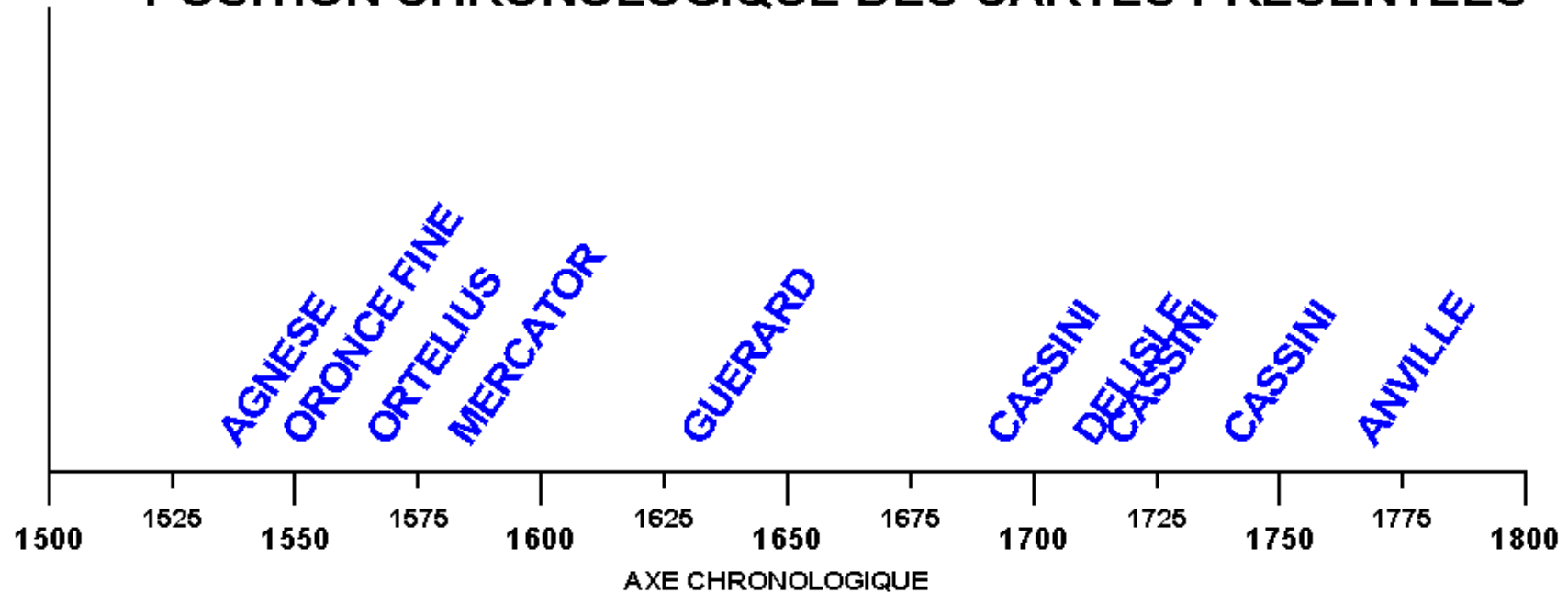
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ortelius 1570, projection "ovale" tirée de la "Cosmographia" d'Apianus (1524)</li> <li><a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>	 <p>MAPPE MONDE D'ORTELIUS 1570</p> <p>PROJECTION Ovale tirée de la "Cosmographia" d'Apianus (1524)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Projection "ovale", méthode graphique non programmée, je l'ai remplacée par la Winkel II qui lui est la plus proche. L'Inde a trouvé sa place, les erreurs en longitude sont plus graves aux extrêmes Ouest et Est, le continent austral est fantaisiste.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Jean Guerard, 1634</li> <li><a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>	 <p>JEAN GUERARD 1634</p> <p>PROJECTION MERCATOR</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="#">Projection de Mercator</a>. Beaucoup de détails, mais très fortes erreurs en longitude de nombreuses portions de continent fantaisistes.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Jean Dominique Cassini, 1696,</li> <li><a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>	 <p>DOMINIQUE CASSINI 1696</p> <p>PROJECTION POLAIRE ÉQUIDISTANTE</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="#">Projection polaire équidistante</a>. Le calcul des longitudes a été mené avec une méthode astronomique : l'observation des éclipses des satellites de Jupiter. La démarche est scientifique : les terres inconnues (Australie de l'E par exemple) ne sont pas tracées.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Guillaume Delisle, 1714</li> <li><a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>	 <p>GUILLAUME DELISLE 1714</p> <p>PROJECTION POLAIRE STÉRÉOGRAPHIQUE</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="#">Projection polaire stéréographique</a>. Poursuite de l'effort de localisation précise par mesures astronomiques. La prudence est aussi très grande, les territoires inconnus ne sont pas tracés.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>Jean Baptiste Bourguignon d'Anville, 1771</li> <li><a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="#">Projection stéréographique, partie Est.</a> D'Anville dispose d'un important réseau d'informateurs (relations de voyages, Jésuites en Chine dont les repérages de qualité ont été menés avec la méthode astronomique des satellites de Jupiter...). Son attitude est rigoureuse : l'E australien qui demeure inconnu n'est pas tracé.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Jean Baptiste Bourguignon d'Anville, 1771</li> <li><a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="#">Projection stéréographique, partie Ouest.</a></li> </ul>
<b>CARTES D'EUROPE ET DE FRANCE</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Oronce Fine, 1553, première carte de France</li> <li><a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="#">Projection de comparaison plate carrée.</a> Les longitudes sont assez exactes sauf pour la Bretagne coupée et le N de la France.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ortelius, 1570, carte de l'Europe</li> <li><a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="#">Projection gnomonique.</a></li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cassini, 1720, première triangulation</li> <li>• <a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">Projection de comparaison plate carrée</a>. Première carte assise sur une méthode rigoureuse : la triangulation de la méridienne de Paris de Dunkerque à Collioures. Le positionnement de la côte du SE reste encore à améliorer.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cassini, 1744, réseau de triangulation en particulier sur les côtes</li> <li>• <a href="#">Image moyenne</a></li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">Projection de comparaison plate carrée</a>, le réseau est suffisamment solide pour assurer le tracé de la côte Ouest mais point encore pour assurer la place du SE.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nivellement traditionnel et repérage spatial : des progrès énormes</li> </ul>	 <p>Figure 1.35. La répartition de la NTF par rapport à un système spatial</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• "La Nouvelle Triangulation Française (NTF) est le système légal de repérage réalisé de 1898 à 1991; ellipsoïde de Clarke 1880, Lambert zone I,II, III, IV. Les défauts considérables de ce système apparaissent en comparaison avec un système spatial : défauts de mise à l'échelle et d'amplitude de plusieurs mètres." in S. Botton ouvrage cité.</li> </ul>

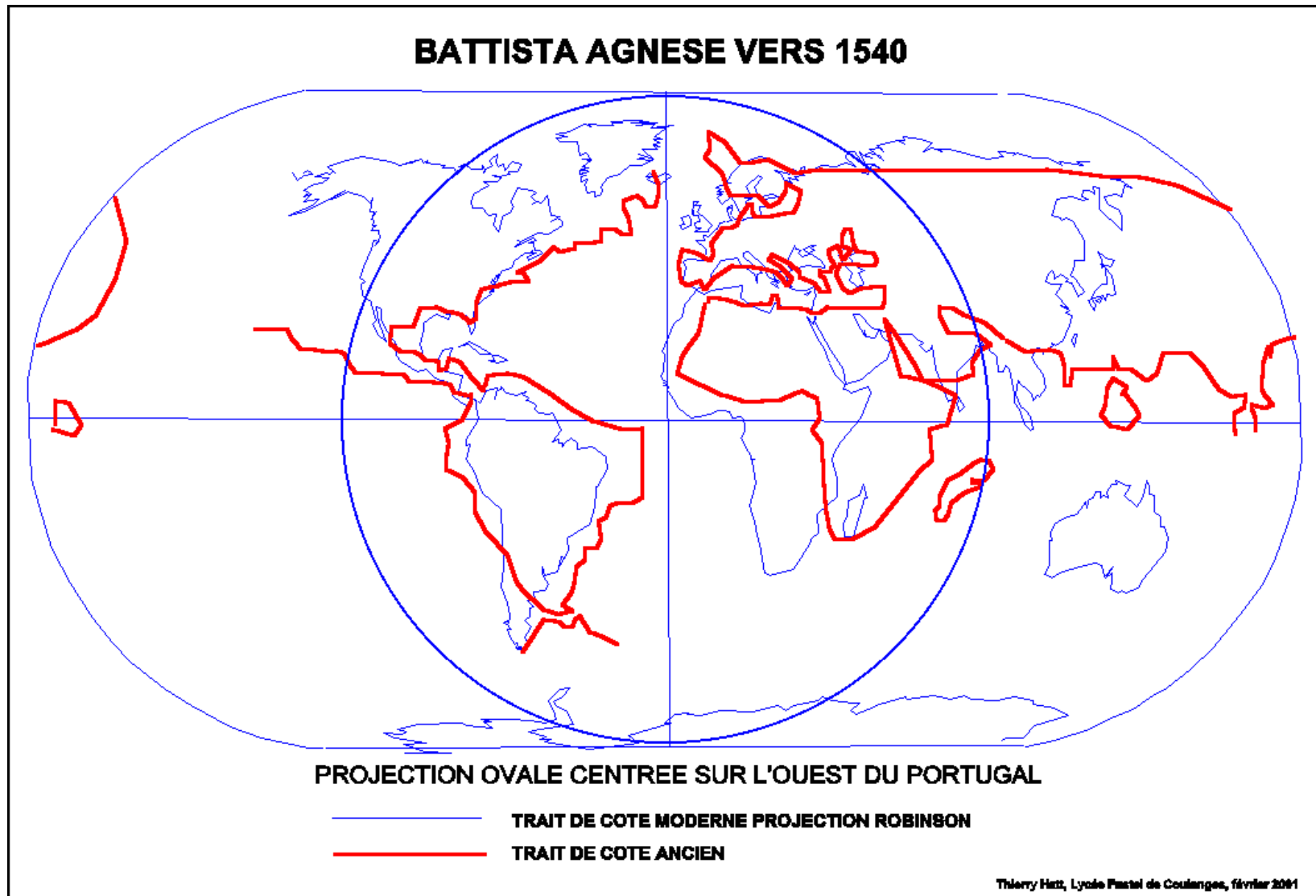


## EVOLUTION DE LA PRECISION EN CARTOGRAPHIE POSITION CHRONOLOGIQUE DES CARTES PRESENTEES

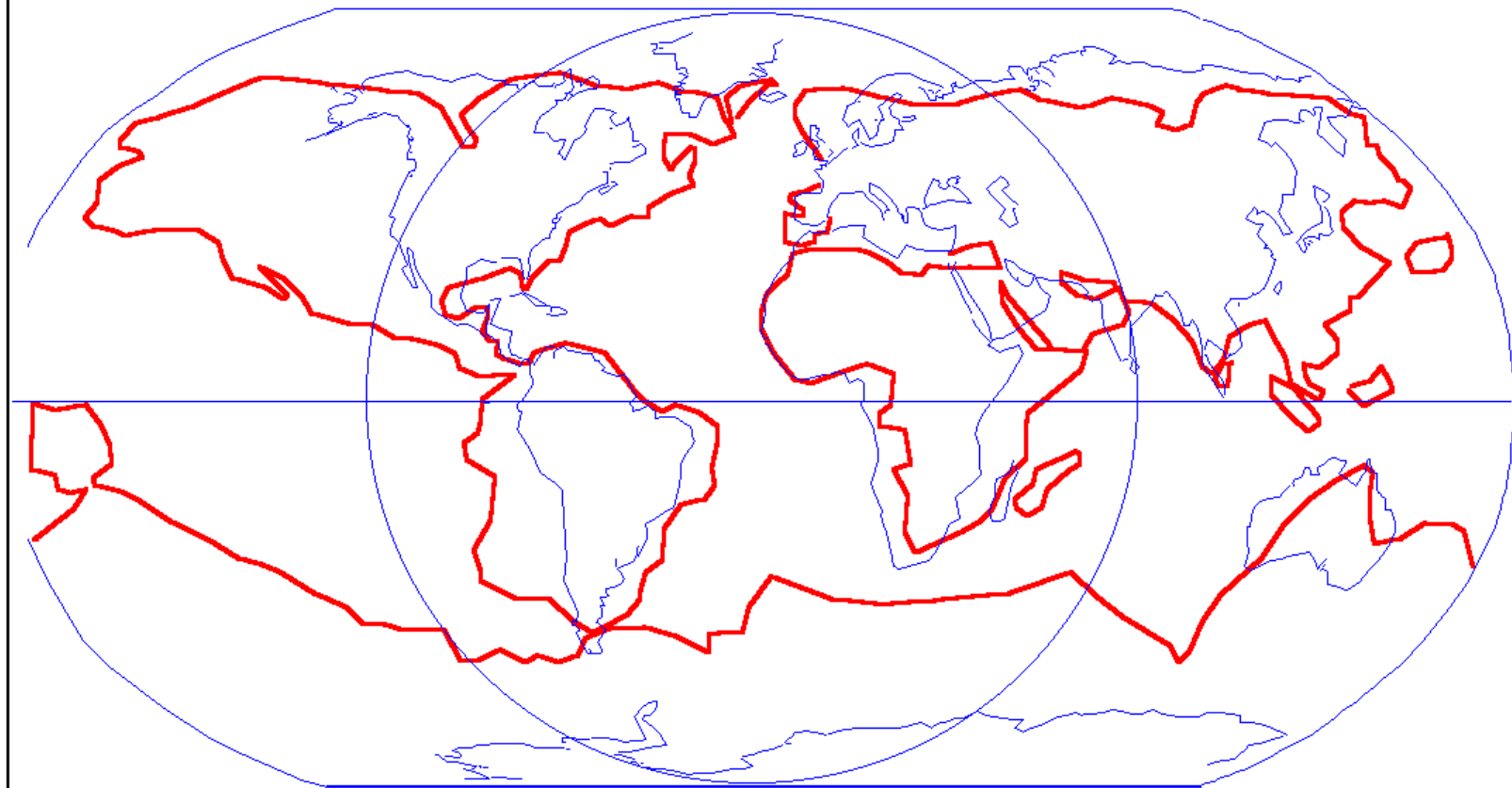


Chronologie de l'évolution de la précision cartographique

## CARTES DU MONDE



## MAPPEMONDE D'ORTELIUS 1570

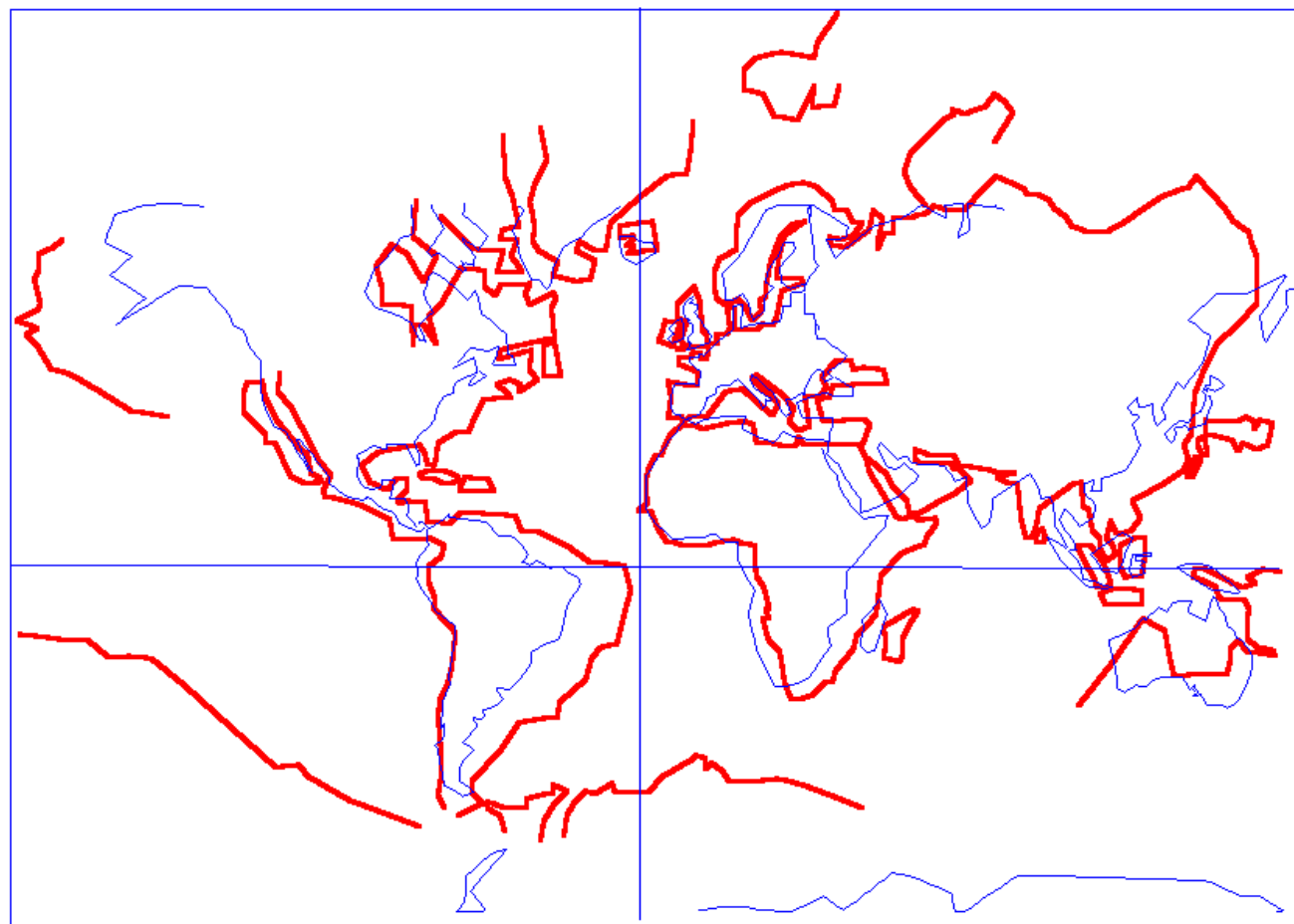


PROJECTION OVALE CENTREE SUR LES CANARIES

— TRAIT DE COTE MODERNE PROJECTION ROBINSON  
— TRAIT DE COTE ANCIEN

Thierry Hett, Lycée Pustel de Coulanges, février 2001

## JEAN GUERARD 1634

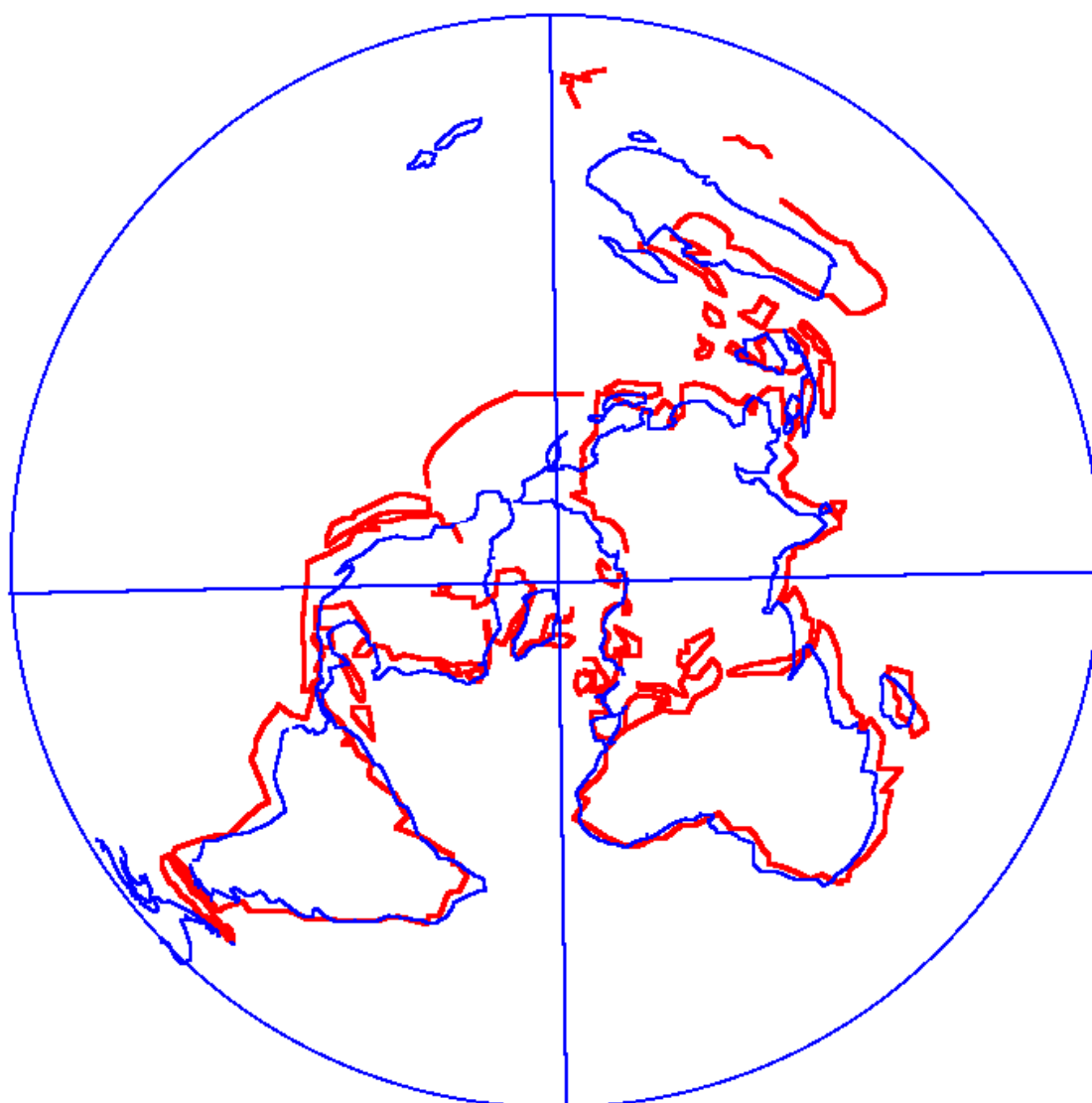


— TRAIT DE COTE MODERNE  
— TRAIT DE COTE ANCIEN

PROJECTION MERCATOR

Thierry Hoff, Lycée Fustol de Coulanges, février 2001

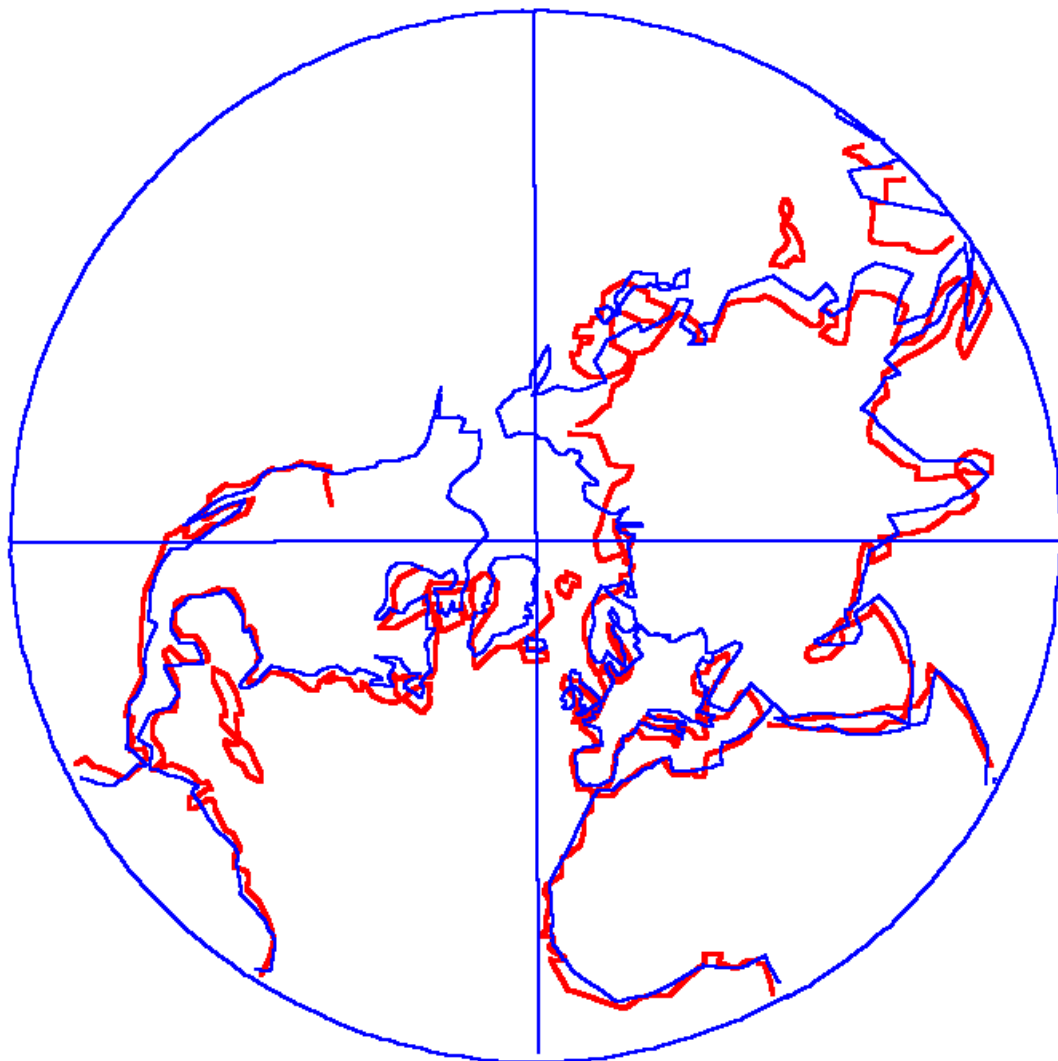
## DOMINIQUE CASSINI 1696



— TRAIT DE COTE MODERNE PROJECTION POLAIRE EQUIDISTANTE  
— TRAIT DE COTE ANCIEN

Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, Nivernais 2001

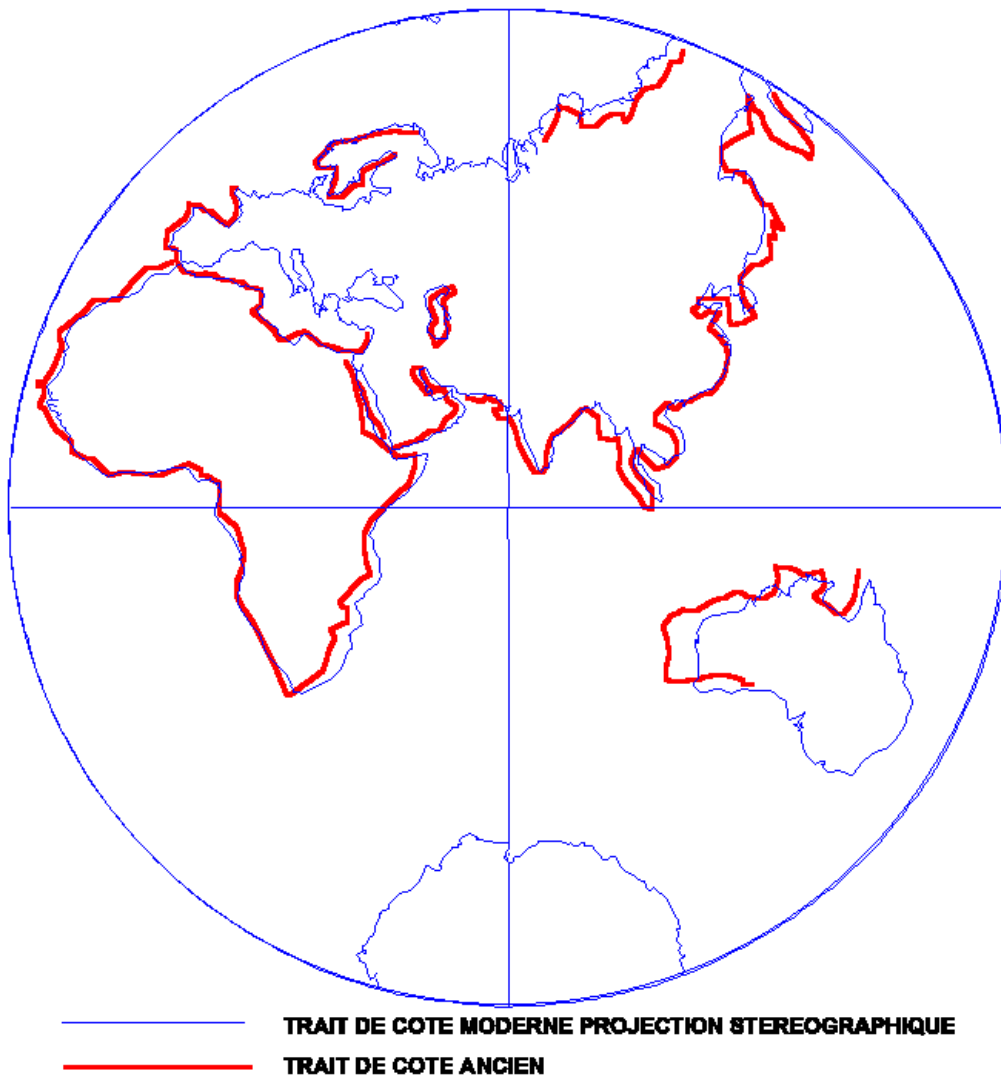
## GUILLAUME DELISLE 1714



— TRAIT DE COTE MODERNE PROJECTION STEREOGRAPHIQUE POLAIRE  
— TRAIT DE COTE ANCIEN

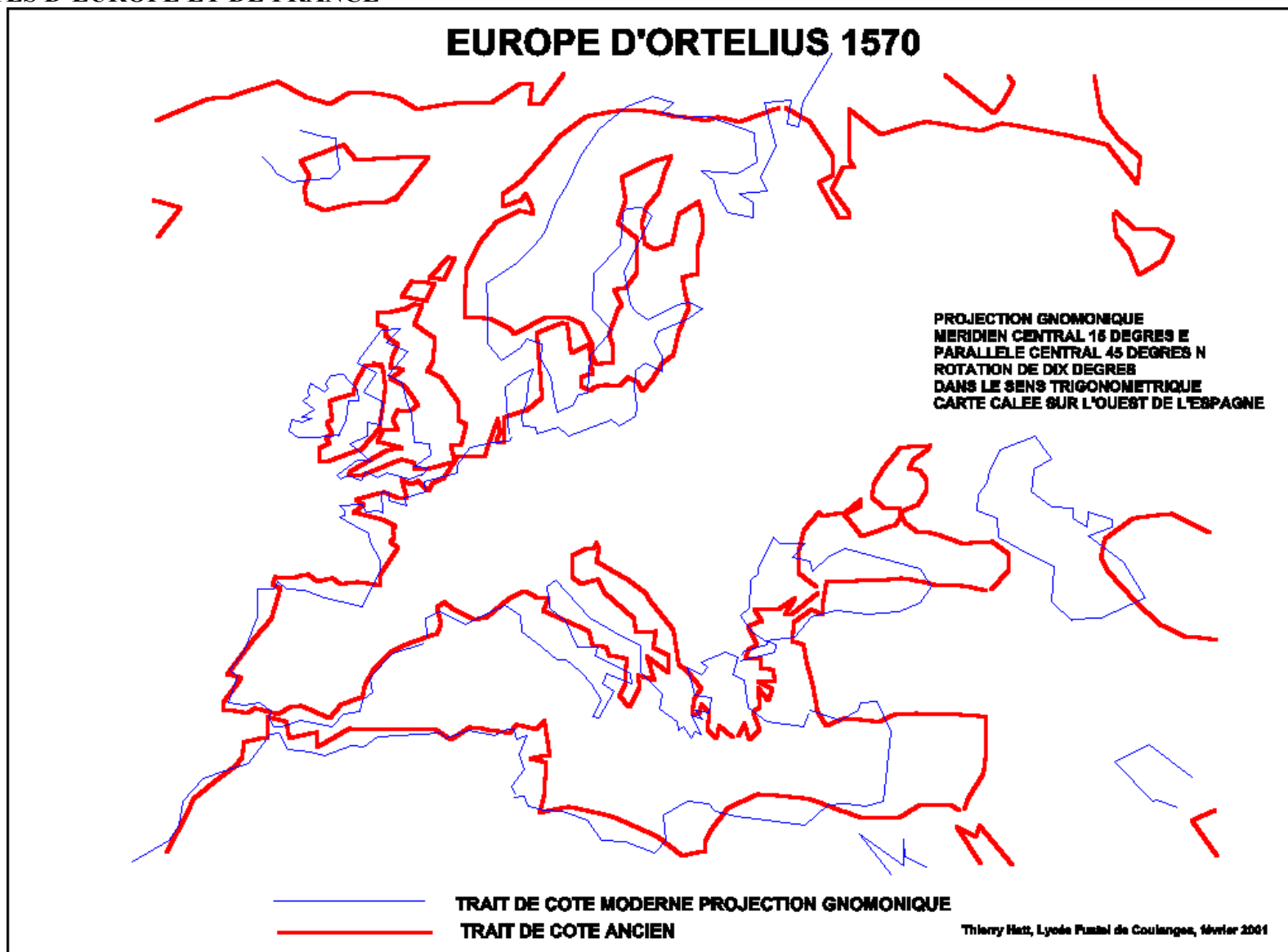
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, Nivernais 2001

## J. B. B. D'ANVILLE 1771 EST



Thierry Holt, Lydie Fustat de Coulanges, Février 2001

## CARTES D'EUROPE ET DE FRANCE





## **LA CARTE DE FRANCE UNE OEUVRE SECULAIRE**

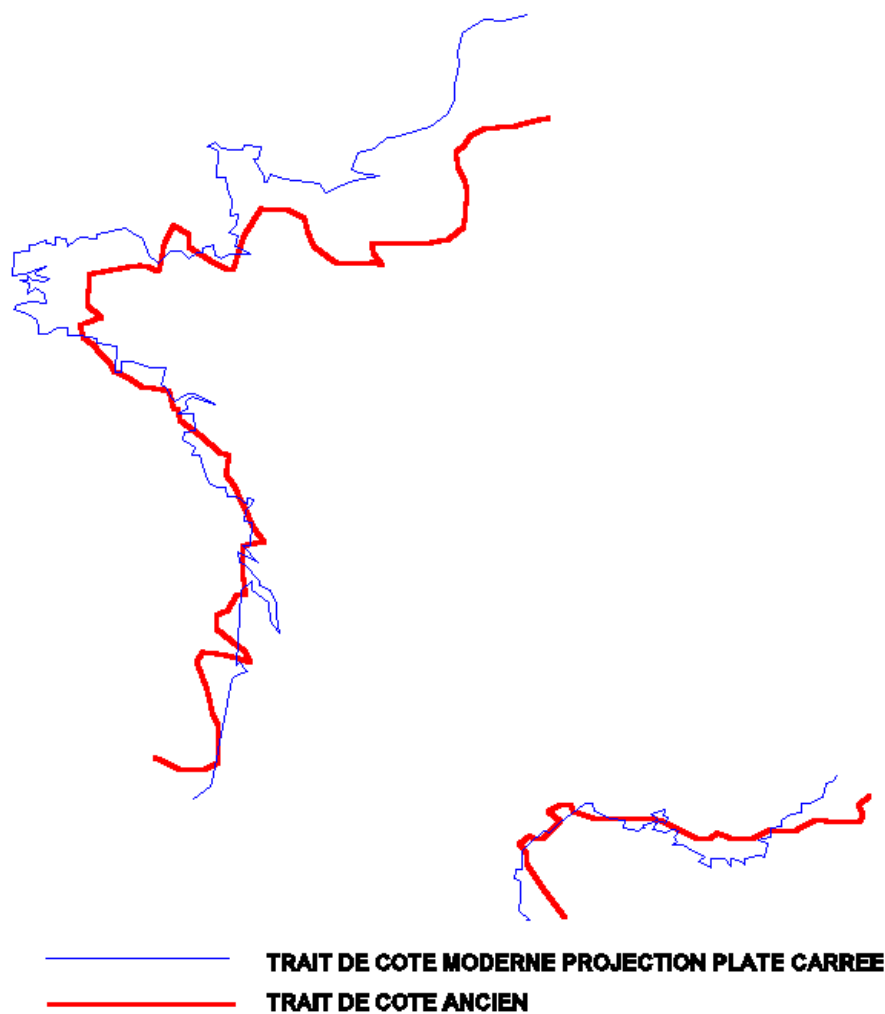


Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, février 2001

**Chronologie pour la France**

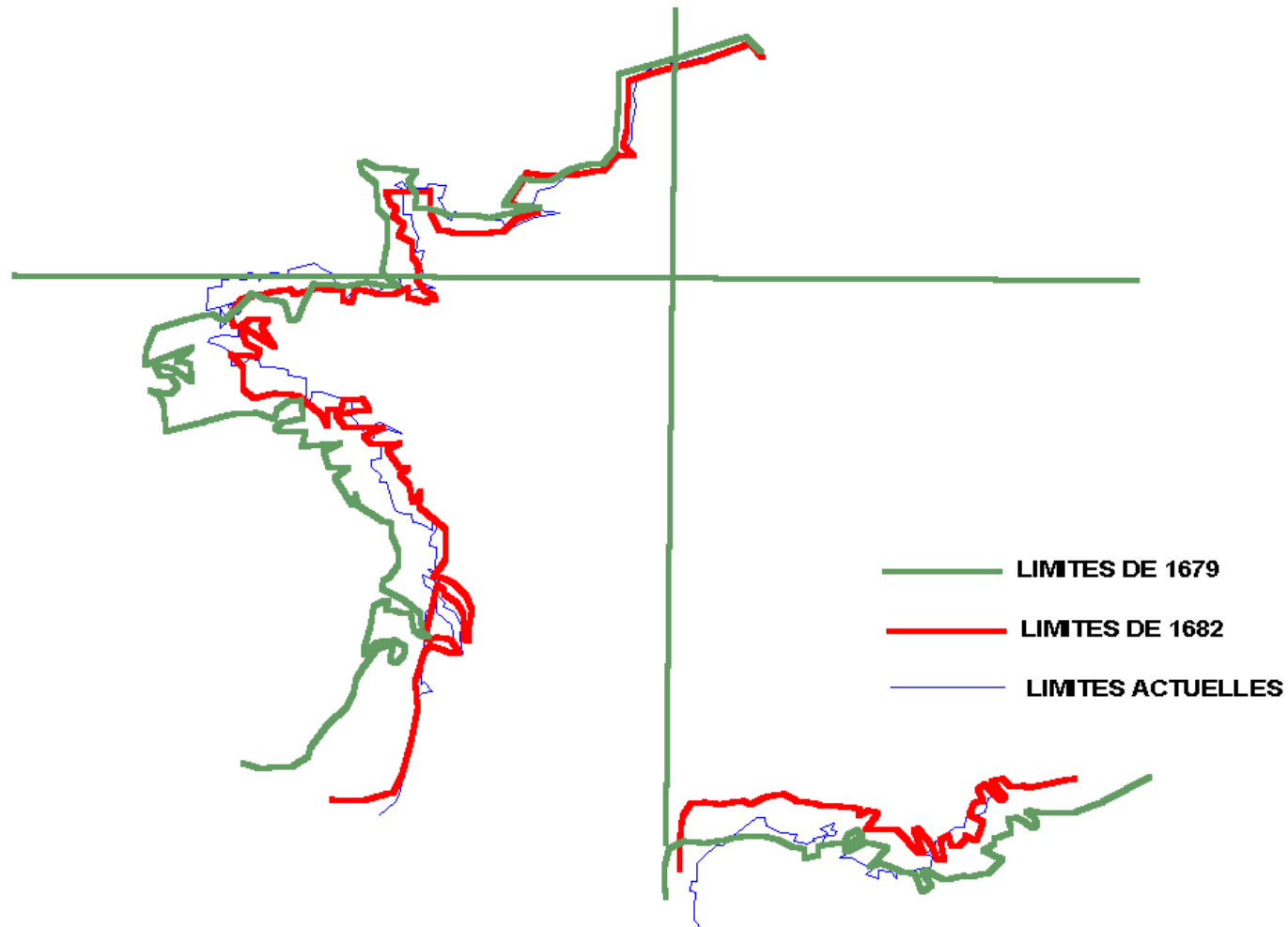
## CARTES DE FRANCE

### ORONCE FINE 1553 LA PREMIERE CARTE DE FRANCE



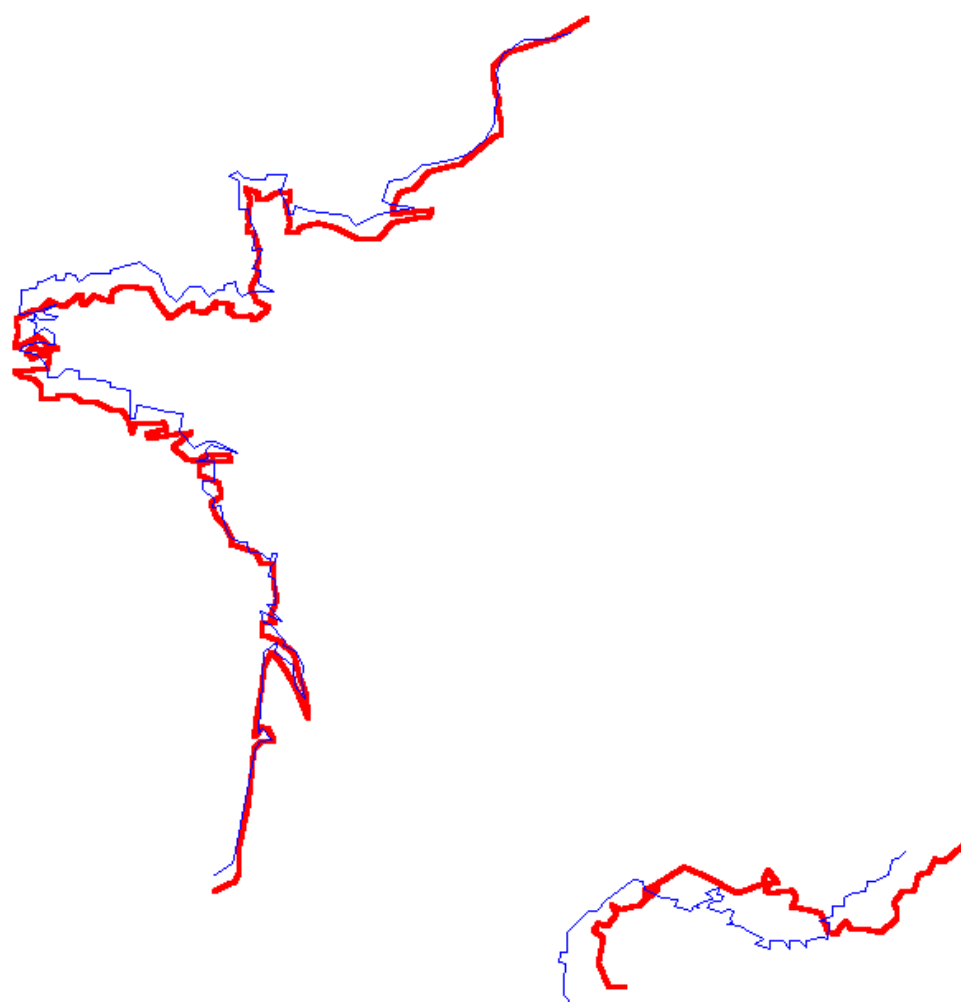
Tierry Hatt, Lycée Pustel de Couteuges, Sévrier 2001

# LA HIRE 1682 CORRECTION DE LA CARTE DE SANSON LE FILS 1679



Thierry Hatt, mars 2001, Lycée Fustel de Coulanges

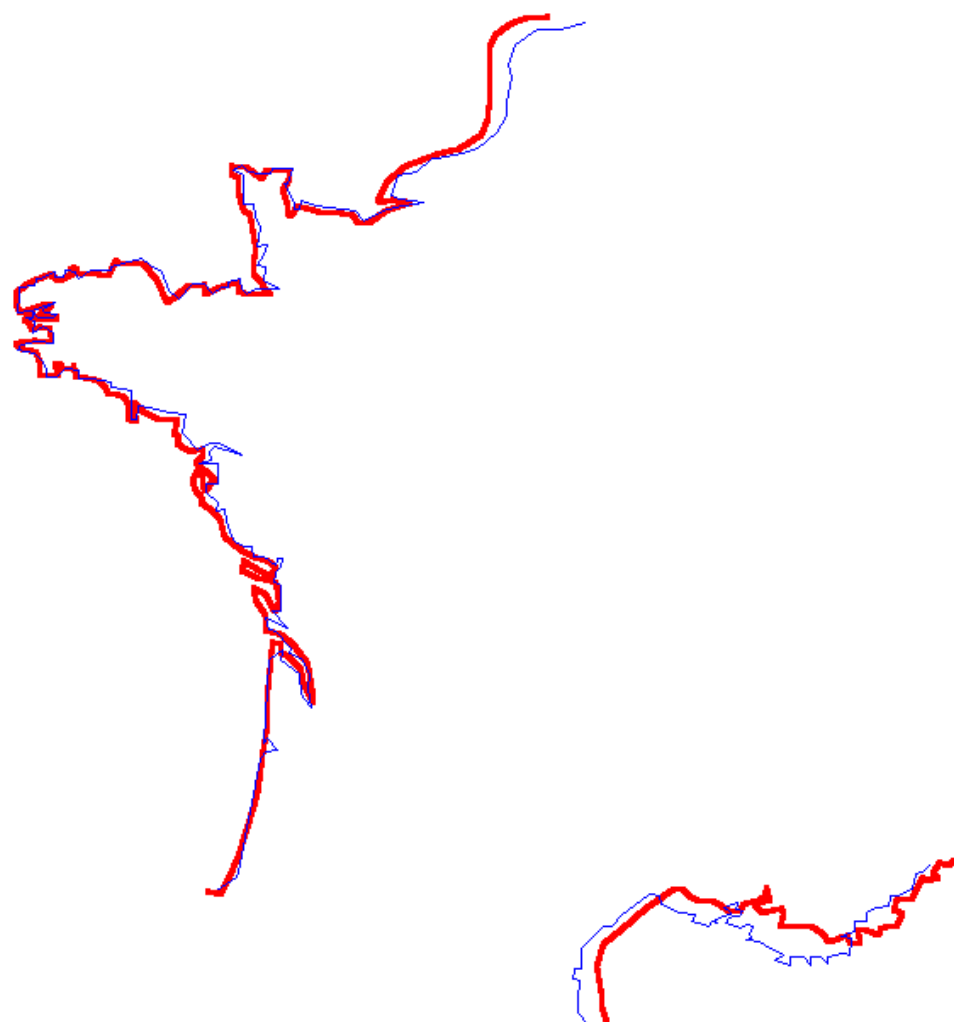
# **CASSINI I ET II 1720 LA FRANCE CALEE SUR LA MERIDIENNE DE PARIS**



— TRAIT DE COTE MODERNE PROJECTION PLATE CARREE  
— TRAIT DE COTE ANCIEN

Thierry Hatt, Lycée Pustel de Coudan, février 2001

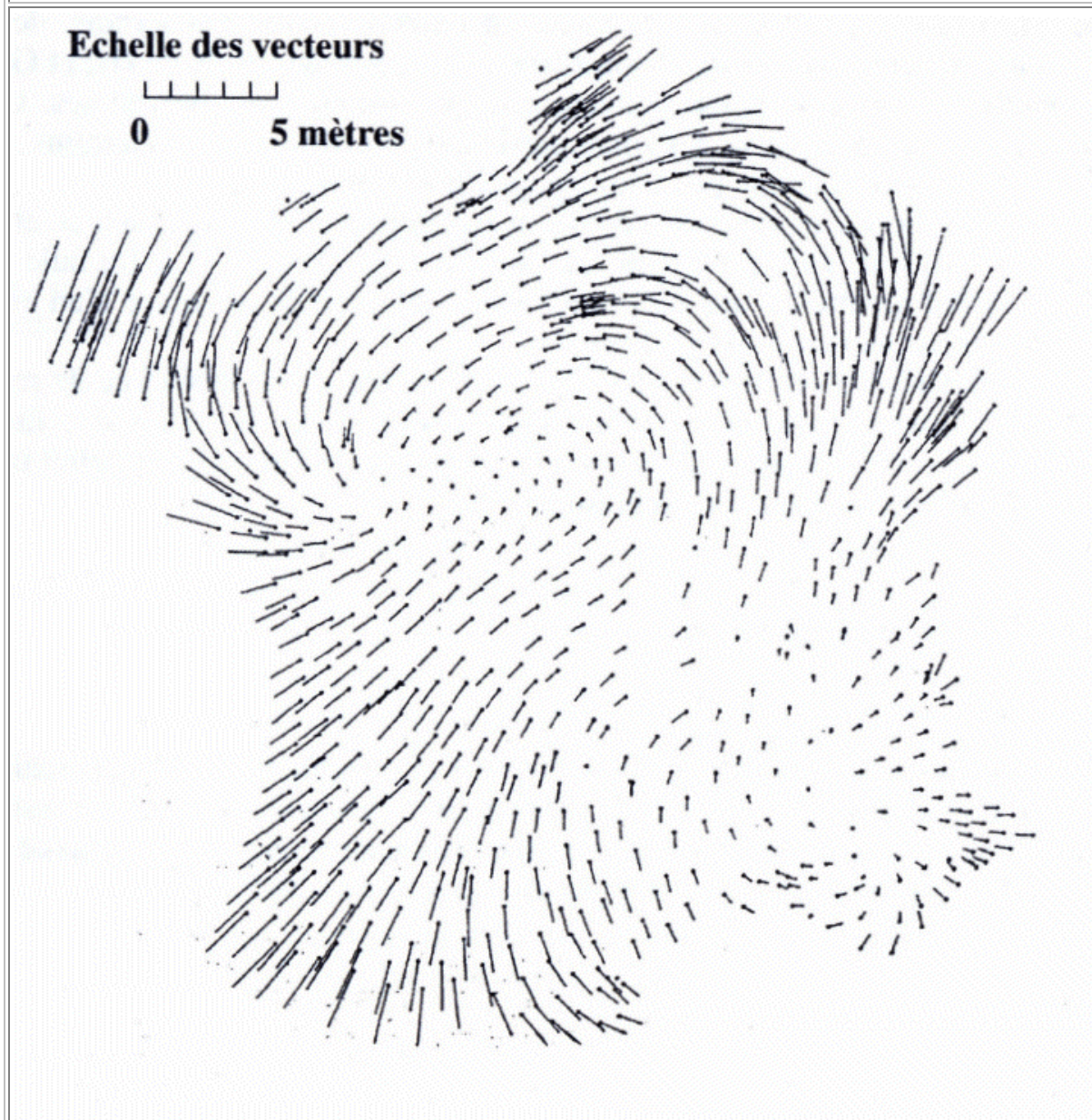
# **CESAR FRANCOIS DE CASSINI 1744 FRANCE APPUYEE SUR UN RESEAU DE TRIANGULATION**



— TRAIT DE COTE MODERNE PROJECTION PLATE CARREE  
— TRAIT DE COTE ANCIEN

Thierry Hatt, Lycée Pustel de Couleuges, Nivrier 2001

## Comparaison entre nivellement traditionnel et nivellement spatial



**Figure 1.35.** *Les déformations de la NTF par rapport à un système spatial*

Document tiré de "GPS localisation et navigation"; Serge Botton et al. Hermes, 1998, 159 p.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Kish, George *"La Carte, image des civilisations"* ; [commentaires établis sous la direction de François Wahl] Publication : Paris : Seuil, 1980 Imprimeur / Fabricant : 01-Bellegarde : Impr. Scop-SADAG, 287 p. : ill. en noir et en coul. ; 29 cm
- La Roncière, Monique de Titre(s) : *"Les Portulans : cartes marines du XIIIe au XVIIe siècle"* / par Monique de La Roncière et Michel Mollat Du Jourdin ; avec le concours de M.-M Azard, I. Raynaud-Nguyen, M.-A. Vannereau Publication : [Paris] : Nathan ; Fribourg : Office du livre, 1984 Imprimeur / Fabricant : Impr. en Suisse Description matérielle : 295 p., dont [160] d'ill. en coul. : ill. ; 35 cm Note(s) : Bibliogr. p. 277-284 . Index
- *"Cartes et figures de la terre"* : Centre Georges Pompidou, [Paris, 24 mai-17 novembre 1980] / [exposition organisée par le] Centre de création industrielle ; [avec la collaboration de la Bibliothèque publique d'information, du Musée national d'art moderne et du Service audiovisuel du Centre Georges Pompidou] Publication : Paris : Centre Georges Pompidou, Centre de création industrielle, 1980 Imprimeur / Fabricant : Paris : Impr. l'Édition artistique Description matérielle : 479 p. : ill. en noir et en coul., couv. ill. ; 30 cm Note(s) : Bibliogr. p. 479
- On trouvera une bibliographie complète sur les projections ici

Sur [www.ac-strasbourg.fr](http://www.ac-strasbourg.fr) rubrique enseignement puis second degré enfin histoire-géographie

**LE POSITIONNEMENT GLOBAL PAR SATELLITE**

**LES APPLICATIONS**

**LOGICIELS DE TRAITEMENT DE DONNEES GPS  
ETUDE STATISTIQUE D'UN GPS PORTABLE**



Ce travail est une mise en page d'une partie du site internet consacré aux essais du GPS MLR SP24XC acheté pour l'opération ministérielle « localisation et collecte de données par satellites » au Lycée Fustel de Coulanges ; ce site est hébergé à l'adresse : <http://thierry.hatt.gps.free.fr/> et à l'adresse : <http://sirius.ac-strasbourg.fr/> dans la rubrique Secondaire/histoire-géographie

Les graphiques posent parfois des problèmes de lecture en noir et blanc, les originaux sont en couleur.

## **LE POSITIONNEMENT GLOBAL PAR SATELLITE LES APPLICATIONS, LES LOGICIELS, MESURES STATISTIQUES**

On trouvera dans ces pages trois ensembles : d'une part des pointeurs vers des ressources montrant l'utilisation du GPS et d'autre part une revue critique des logiciels disponibles sur l'Internet pour le traitement des données du GPS sur un ordinateur, enfin une campagne de mesures de positions géographiques sur un GPS portable grand public. (seuls les deux derniers points sont traités ici)

- [LES APPLICATIONS](#)
- [LES LOGICIELS](#)
- [MESURES DE LATITUDE LONGITUDE AVEC LE GPS](#)

## LOGICIELS DE TRAITEMENT DES DONNEES GPS

### **Objectif de ce travail, rechercher les logiciels qui aient les caractéristiques suivantes**

1. Interfaçage avec la norme NMEA, de manière à ne pas être limité par tel ou tel modèle constructeur. Cette norme est produite par tous les récepteurs actuels, avec des variantes propres qu'il s'agit de contourner.. Cette norme est décrite dans le [document joint en format texte](#).
2. Permettre des calculs statistiques sur des temps de pose réglables pour améliorer la précision des mesures. Le débit des appareils portables est de l'ordre de 4800 à 9600 bauds ce qui représente rapidement de gros volumes de données, ceci nécessite un ordinateur pouvant récupérer les données, portable sur le terrain, et un logiciel pour les traiter.
3. Permettre la récupération et la sauvegarde soit des textes NMEA, du type \$GPGSV (caractéristiques des véhicules satellitaires) et / ou \$GPGGA (valeur calculée de position 3D avec erreur horizontale et verticale et heure de mesure) soit, sous une forme facile à relire d'un journal de bord enregistrant les données GPS. Ces sauvegardes sont nécessaires pour les traitements ultérieurs.
4. Si possible représentation des trajets GPS sur des cartes
5. Des logiciels faciles d'utilisation
6. Des logiciels de préférence gratuits ou de faible coût.

Le GPS passionne les amateurs et les professionnels. La production sur l'Internet est très abondante. J'ai testé une soixantaine de logiciels. De nombreux produits sont de faux freeware, souvent tellement bridés qu'ils en perdent tout intérêt dans leur version téléchargeable. Il reste encore des produits sous DOS pas toujours mauvais mais peu recommandables dans l'état actuel de la technique. Certains sont trop spécialisés (marine, vol à voile, parapente...) pour avoir de l'intérêt pour nous. D'autres sont voués à seul produit : Magellan, Garmin ... et ne relisent pas la norme NMEA. Certains, rares, n'ont pas fonctionné du tout, d'autre sont d'emploi trop difficiles. Parmi ceux qui me semblaient répondre à mon cahier des charges soit un peu plus de quarante j'en ai retenu 16 et éliminé 26.

Les tests ont été faits avec le [GPS MLR SP24XC](#)

LES LOGICIELS RETENUS				
NOM	Site Internet	Téléchargement à l'adresse	Remarque	Prix
HYPERTERMINAL DE Windows	Standard sous Windows 95 et 98	Permet de lire les données d'un GPS sur la voie série et de les sauvegarder sur disque pour un traitement ultérieur	Evidemment aucun traitement des données	Gratuit
SA WATCH	<a href="#">Explications, Site Internet</a>	<a href="http://huntting.com/files/sawatch361setup.exe">http://huntting.com/files/sawatch361setup.exe</a>	Excellent produit très facile d'utilisation pour les calculs statistiques	20 \$ US
GPS THING	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://www.coastnet.com/~jas/gps586.exe">http://www.coastnet.com/~jas/gps586.exe</a>	Très bon produit	Gratuit
NME AGENT DE MICRATEK	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://www.micratek.com/nmeagent.exe">http://www.micratek.com/nmeagent.exe</a>	Très bon produit pour sauvegarder des données Ascii NMEA	Gratuit
SEA CLEAR PC NAVIGATION SOFTWARE	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://www.sping.com/seaclear/sc32.zip">http://www.sping.com/seaclear/sc32.zip</a>	Bon produit avec cartographie	Gratuit
WDGPS	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://bruno.basli.free.fr/wdgps_1.54.zip">http://bruno.basli.free.fr/wdgps_1.54.zip</a>	Produit intéressant et difficile d'emploi	Gratuit
IBIS	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://www.silcom.com/~rwhately/ibis34.zip">http://www.silcom.com/~rwhately/ibis34.zip</a>	Produit remarquable et très complet avec cartographie	Gratuit
GPS TRACKMAKER	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://www.gpstm.com/download/gtm11.exe">http://www.gpstm.com/download/gtm11.exe</a>	Bon produit avec cartographie	Gratuit
GPS UTILITY	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://www.gpsutility.co.uk/files/gpsu400setup.exe">http://www.gpsutility.co.uk/files/gpsu400setup.exe</a>	Bon produit	Essai limité 40 \$ US
OZI EXPLORER	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://www.powerup.com.au/~lornew/ozisetup.exe">http://www.powerup.com.au/~lornew/ozisetup.exe</a>	Très bon produit avec cartographie	Essai limité 75\$

NOM	Site Internet	Téléchargement à l'adresse	Remarque	Prix
ELGAARD POSITIONING SYSTEM	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://www.diku.dk/users/elgaard/eps/eps_all.zip">http://www.diku.dk/users/elgaard/eps/eps_all.zip</a>	Logiciel sous Java très complet et pas très facile à mettre en oeuvre	Gratuit
FLEX GPS	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://home.t-online.de/home/flexgps-f/flexgpsf.exe">http://home.t-online.de/home/flexgps-f/flexgpsf.exe</a>	Très limité pas d'accès au NMEA ?	Gratuit
NAVPAK LITE	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://www.globenav.com/npdemo32.exe">http://www.globenav.com/npdemo32.exe</a>	En démo seulement mais très complets	100 \$
NAVSAFE	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://members.nbci.com/XMCM/kpv/trialns.zip">http://members.nbci.com/XMCM/kpv/trialns.zip</a>	Complet essai libre	50 \$
WIN GPS 398 DE STENTEC	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="ftp://stentec.com/pub/wingps/gps398.exe">ftp://stentec.com/pub/wingps/gps398.exe</a>	Bon produit	63 Florins
GPS PAC	Pas de site	GES S.A. 19 rue François-Dussaud CH-1227 Geneva, Switzerland Tel: +41 22 342 78 06 Fax: +41 22 823 0005/0001 Internet: gessa@compuserve.com	Bon produit	100 \$
UTILITAIRE DE CONVERSION DE COORDONNEES	<a href="#">Site Internet</a>	<a href="http://128412.free.fr/convers23a.exe">http://128412.free.fr/convers23a.exe</a> ou <a href="http://www.multimania.com/vtopo/convers23a.exe">http://www.multimania.com/vtopo/convers23a.exe</a>	Très puissant	Gratuit
Autres produits testés et non retenus : 3D Tracer, AGPS, Argonaute, Coutraci, Gartrack, les logiciels DSH, Flying GPS, Fugawi, Furuno, G7towin, Gardown, Garwaypt, Gps3d, GpsbD, GpsComm, Gpsman, GPSS, GPStrack, Jnav, Navpack, Navtools, NeverLost, Pan-Terra, Waypoint et Waypoint+, WingWay ...				

**LE POSITIONNEMENT GLOBAL PAR SATELLITE  
LES APPLICATIONS  
MESURES STATISTIQUES DE LATITUDE LONGITUDE**

Les mesures ont été faites avec un GPS MLR SP 24 XC  
Les images publiées sont de grande taille pour une bonne qualité de reproduction  
et de taille moyenne pour les petits écrans

**METHODES**

- [Le mode opératoire du GPS, le principe de la trilatération](#)
- [Image moyenne](#)
  
- [Le principe du calcul de la position en latitude, longitude, altitude](#)
  
- [La précision intrinsèque du système GPS](#)

**MESURES FIXES EN MILIEU URBAIN**

- [Les conditions d'observation](#)
  
- [Les résultats statistiques](#)
  
- [Synthèse](#)

**MESURES DE CHEMINEMENT EN MILIEU URBAIN**

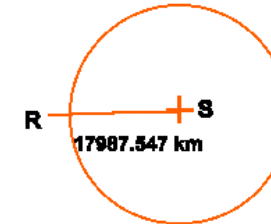
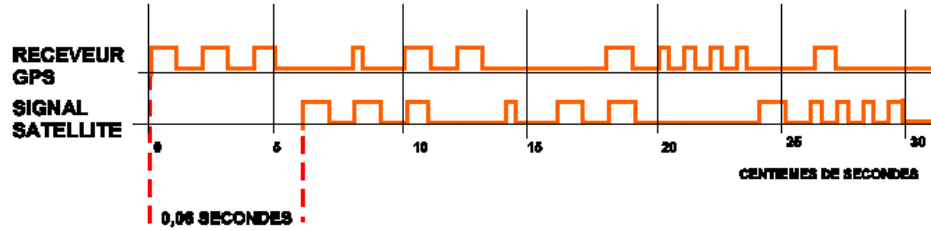
- [Essais en paysage "ouvert" et "fermé"](#)

**MESURES EN MILIEU DE MONTAGNE**

- [Les observations](#)

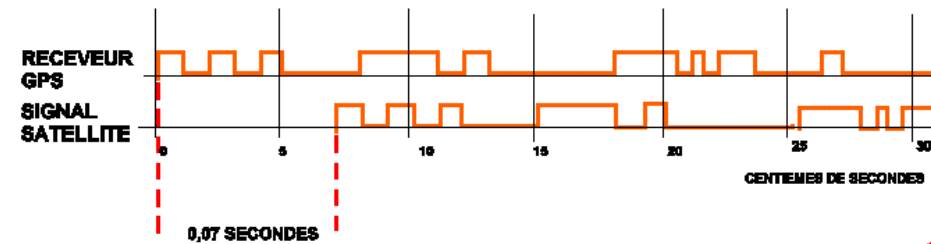
## PRINCIPE DE LA MESURE DE POSITION PAR GPS

### PREMIER SATELLITE



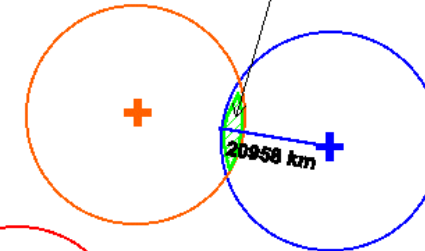
$$\text{Vitesse de la lumière} \times \text{temps} = \text{distance} \quad 299792.458 \times 0.06 = 17987.547 \text{ km}$$

### DEUXIEME SATELLITE



$$299792.458 \times 0.07 = 20985.472 \text{ km}$$

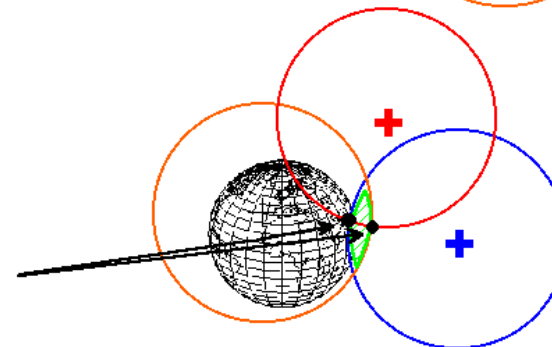
Vous êtes quelque part ici



### TROISIEME SATELLITE

$$299792.458 \times 0.05 = 14989.62 \text{ km}$$

Vous êtes ici ou bien là  
Le GPS sait éliminer le deuxième point



Thierry Holt, Lycée Fustel de Coulanges, janvier 2001

## PRINCIPE DE LA MESURE

## PRINCIPE DU CALCUL DE LA POSITION DU RECEVEUR

- Acquisition du signal par le receveur pour au moins quatre satellites : temps de réception, coefficients ionosphériques, pseudo-distances et données d'horloge
- Acquisition d'une position initiale du récepteur (on demande en général dans quel pays se situe la mesure).
- Boucle sur les n satellites en vue :
  - Calcul de la position des satellites et correction de la rotation de la Terre
  - Calcul de l'azimut et de l'élévation
  - Corrections des pseudo distances
  - Corrections d'horloge, ionosphérique, troposphérique
  - Corrections des pseudo distances
- Calcul de la position du receveur en latitude longitude altitude pour un ellipsoïde donné, WGS 84 par exemple  
On trouvera des explications très détaillées et un logiciel en Pascal sur le site <http://home-2.worldonline.nl/~samsvl/index.htm>

## LA PRECISION DU SYSTEME GPS

Les causes involontaires de dégradation et leur compensation.

Le principe de positionnement Navstar étant une triangulation, deux facteurs interviennent directement dans l'erreur sur la position finale :

1. - La géométrie des satellites par rapport à l'utilisateur. Le facteur représentatif de cette géométrie est le G.D.O.P (Geometric Dilution Of Precision )
2. - La précision de la mesure de distance entre l'utilisateur et chaque satellite  
Mais d'autres facteurs influent :

Source d'erreur	Erreur sur la mesure du temps ( en nanosecondes)	Erreur sur la distance (en mètres)	
Stabilité en fréquence du satellite, variations d'accélération et autres	35	10.5	
Connaissance de la position du satellite et autres	33	10	<a href="#">Pour en savoir plus</a>
Traversée de la troposphère	13	3.9	<a href="#">Pour en savoir plus</a>
Traversée de l'ionosphère	33 à 65	9.8 à 19.6	<a href="#">Pour en savoir plus</a>

<b>Stabilité horloge utilisateur et autre, résolution du receveur et bruit, précision de la résolution des équations</b>	9.7	2.9	
<b>Trajets multiples</b>	8	2.4	<a href="#">Pour en savoir plus</a>
<b>Total</b>	131 à 164 ns	39.5 à 49.3	
Données issues du "Navstar GPS user equipment introduction", sept 1996, sans origine, 200 pages, disponible en pdf à l'adresse : <a href="http://www.navcen.uscg.mil/pubs/gps/gpsuser/gpsuser.pdf">http://www.navcen.uscg.mil/pubs/gps/gpsuser/gpsuser.pdf</a>			

On trouvera une analyse remarquable des erreurs - très mathématique - sur le site de Daniel Wilson : <http://users.erols.com/dlwilson/gps.htm>. Le site a été entièrement mis à jour après la suppression de la SA en mai 2000.

### La réfraction dans l'ionosphère

"L'Ionosphère est un "nuage" de particules chargées (ions et électrons) qui enveloppe la Terre entre 70 et 2000 km d'altitude. Les ondes émises par les satellites GPS orbitant à 20000 km d'altitude doivent donc traverser cette couche avant d'arriver sur la Terre. Le signal GPS est perturbé comme toute onde électromagnétique traversant un milieu conducteur. Cette perturbation se manifeste par un retard, c'est à dire que la vitesses de propagation de l'onde dans ce milieu conducteur qu'est l'Ionosphère est plus faible que ce qu'elle serait dans le vide. Le temps de propagation de l'onde est donc plus long que ce qu'il serait dans le vide, ce qui conduit à surestimer la longueur de la distance satellite-station. "

### La réfraction dans la troposphère

"De la même façon, le temps de propagation de l'onde GPS est affecté par la teneur en vapeur d'eau de la couche basse de l'atmosphère (de 0 à 10 km d'altitude) : la troposphère. Il serait donc nécessaire de connaître cette quantité avec précision tout le long du trajet suivi par l'onde. En pratique cela se révèle très difficile, sinon impossible, même avec l'aide des deux fréquences. En effet, le retard introduit est plus compliqué qu'un simple rapport de proportionnalité avec le pourcentage de vapeur d'eau. La différentiation entre les deux fréquences n'apporte donc pas l'information souhaitée : le délai troposphérique. Il existe plusieurs techniques pour contourner cette difficulté, aucune n'apportant de solution vraiment satisfaisante. La plus simple consiste tout simplement à introduire une nouvelle inconnue dans les calculs : le délai troposphérique de chaque station. Toutefois, comme ce paramètre évolue en fonction de la météorologie locale, il est nécessaire de modifier ce paramètre au cours du temps (toutes les deux heures par exemple). Cela finit par introduire beaucoup d'inconnues, ce qui rend les calculs instables et les solutions moins fiables. En pratique, ce problème prend d'autant plus d'importance que les conditions météorologiques et les épaisseurs troposphériques sont différentes entre deux stations. La ligne de base entre une station située en bord de mer (à altitude zéro) avec un degré d'hygrométrie important et une station située en haute montagne avec un air très sec, sera particulièrement affectée. Enfin, cette erreur se retrouvera plus particulièrement sur la composante verticale de la ligne de base, les erreurs horizontales se compensant plus ou moins du fait que les satellites couvrent à peu près toutes



les directions l'horizon. Du point de vue théorique, des instruments permettant de mesurer directement la teneur en vapeur d'eau le long du trajet suivi par l'onde GPS sont en phase expérimentale. Il est encore trop tôt pour savoir si la précision de ces mesures, basées sur la température de brillance du ciel, sera suffisante."

### **La précision des orbites des satellites GPS**

"Il est évident que si l'on se trompe d'une certaine quantité sur la position du satellite émetteur, cette erreur va se répercuter directement sur la position de la station réceptrice. La distance entre deux stations (ligne de base) sera moins affectée, la plus grosse partie de l'erreur étant éliminée par différenciation. Néanmoins, l'arithmétique veut que l'erreur proportionnelle sur l'orbite est égale à l'erreur proportionnelle sur la ligne de base. L'orbite des satellites GPS peut être calculée très précisément, [mais elle est rendue publique par les militaires américains avec une précision de l'ordre de 200 m] (ceci est terminé depuis mai 2000) . Sur 20000 km cela donne une erreur proportionnelle de  $10^{-5}$  (10 ppm), soit une erreur de 10 cm sur une ligne de base de 10 km ! Cette erreur est totalement inacceptable pour le positionnement précis. Il est donc nécessaire de recalculer les orbites des satellites GPS à l'aide de programmes informatiques d'orbitographie. Ce faisant, on arrive à contraindre l'erreur d'orbite à environ 20 cm, soit  $10^{-9}$  (1 ppM), ce qui ne donne plus qu'une erreur de 1 mm pour une ligne de base de 1000 km de long. "

### **Les multitrajets**

"Ces phénomènes sont parmi les plus difficiles à appréhender. Il est clair que tout objet réflecteur placé dans le voisinage de l'antenne de la station GPS, peut renvoyer une partie du signal provenant du satellite sur cette antenne. Tout comme un miroir crée une image de soi même lorsque l'on se regarde dedans, le réflecteur crée une image de l'antenne GPS. C'est la position de cette antenne virtuelle que l'on risque alors de mesurer en lieu et place de la véritable antenne. Qui plus est, au fur et à mesure que le satellite se déplace sur son orbite, l'angle d'incidence sur le réflecteur change, et l'image se déplace d'autant. C'est donc finalement la position d'une antenne virtuelle mobile que l'on mesure ! Compte tenu de la complexité des calculs correctifs qu'il faudrait effectuer, il n'y a pas vraiment de remèdes aux problèmes des multitrajets. Un "blindage" des antennes contre les réflexions parasites est toujours possible, mais celui-ci ne peut être que partiel puisqu'il faut bien que le vrai signal parvienne à l'antenne. La seule solution consiste donc à essayer d'éviter les multitrajets (c'est à dire les objets parasites) autant que faire se peut, ce qui n'est pas si facile quand on considère que le sol lui même est un réflecteur potentiel !"

Ces textes sont extraits de Christophe Vigny Département Terre Atmosphère Océan École Normale Supérieure <http://geologie.ens.fr/~vigny/>

## MESURES DE LATITUDE LONGITUDE EN MILIEU URBAIN

- Récepteur GPS utilisé : MLR SP 24 XC à 12 canaux, communication avec le logiciel SA-WATCH par la voie série, mesures prises en janvier 2001.
- Position du GPS

Les mesures ont été faites en milieu urbain, sur la balcon d'un immeuble, prolongé d'un mètre vers la rue par un mât, face au Sud. Le masque vers le N dépasse le lieu de mesure de plusieurs mètres, par contre la vue est dégagée vers le Sud. Les phénomènes de multitrajets sont vraisemblablement très gênants sur un tel site.

- Schéma du site de mesure joint, en plan et en coupe [grande image](#), [image moyenne](#)
- Plusieurs "campagnes" de mesure ont été réalisées, 3618 mesures, 4500, 6800, 10800, 14187, 17500, 27000 et 42000. La campagne de 6800 points représente, par exemple, 18 heures de "temps de pose".  
Il est prévu de comparer les résultats à un point labellisé de type IGN.

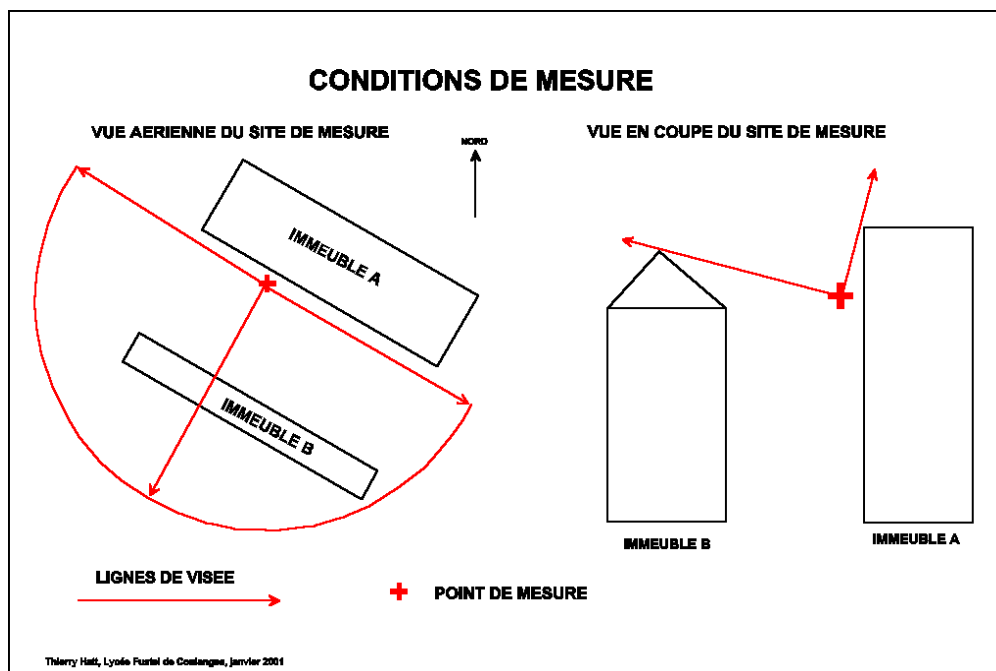


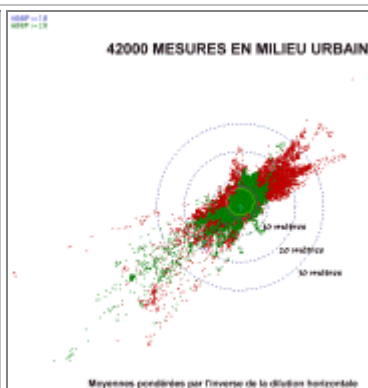
Schéma des conditions de mesure

## MESURES DE LATITUDE LONGITUDE RESULTATS STATISTIQUES MESURES EN MILIEU URBAIN

- Dans cette campagne seuls ont été enregistrés les points dont la dilution horizontale est inférieur à 5.0. Le temps de mesure est de 1 jour, 12 heures et 24 minutes.

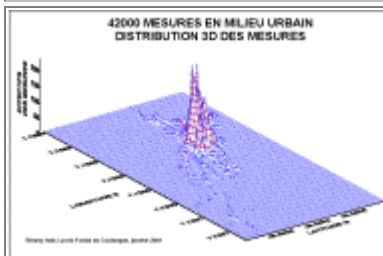
- [Analyse fine des données chronologiques, corrélations et moyennes glissantes](#) (étude de tous les points)

- Latitudes et longitudes



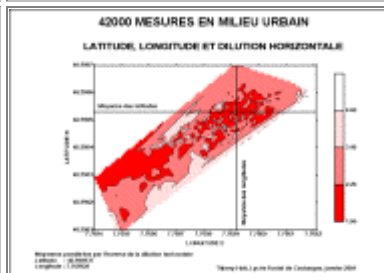
- Bonne concentration de la plupart des mesures (voir aussi l'histogramme 3D) mais quelques mesures, quoique rares sont très éloignées du point moyen (100 mètres)

- Histogramme 3D des mesures (grande image)
- [Image moyenne](#)

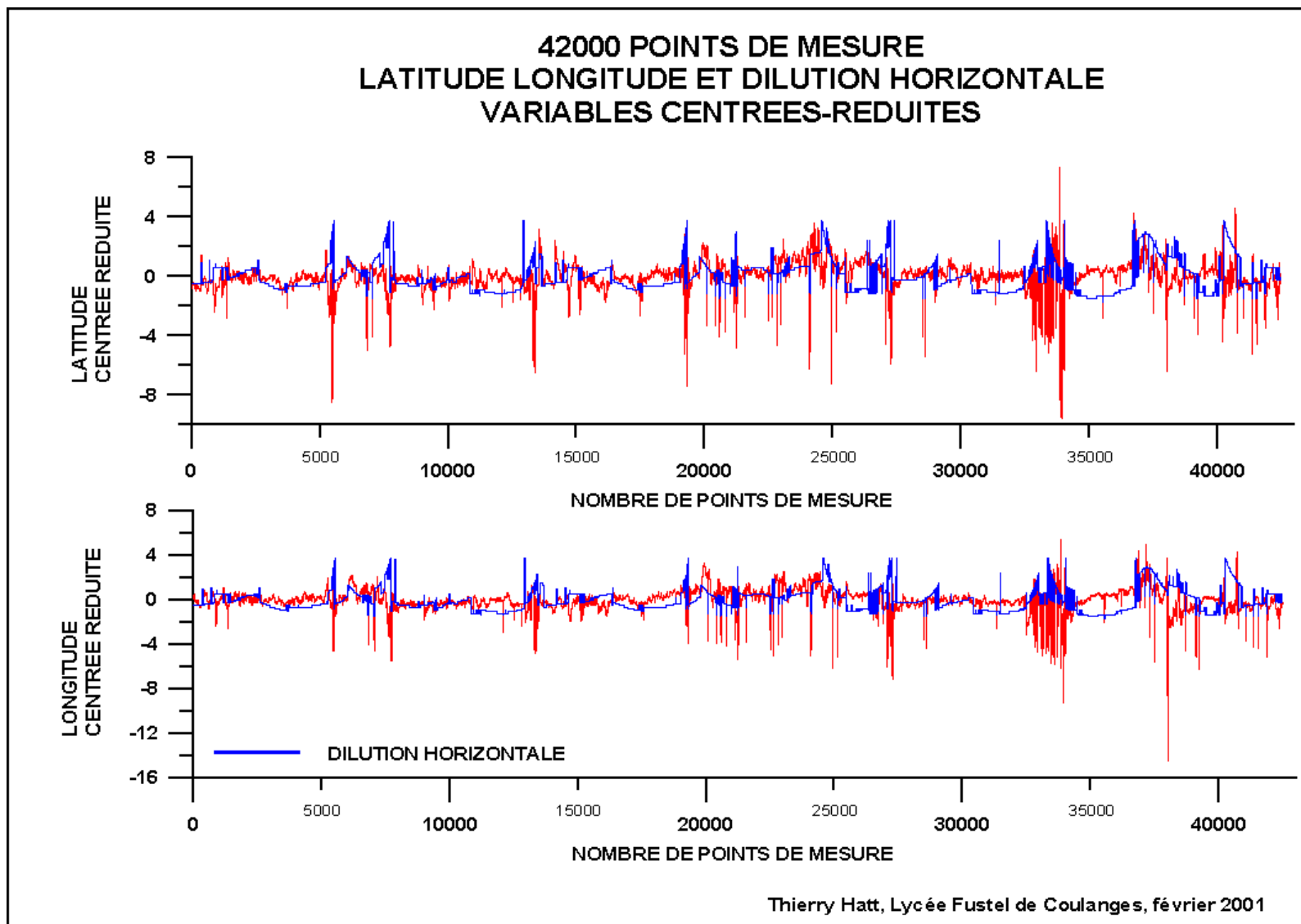


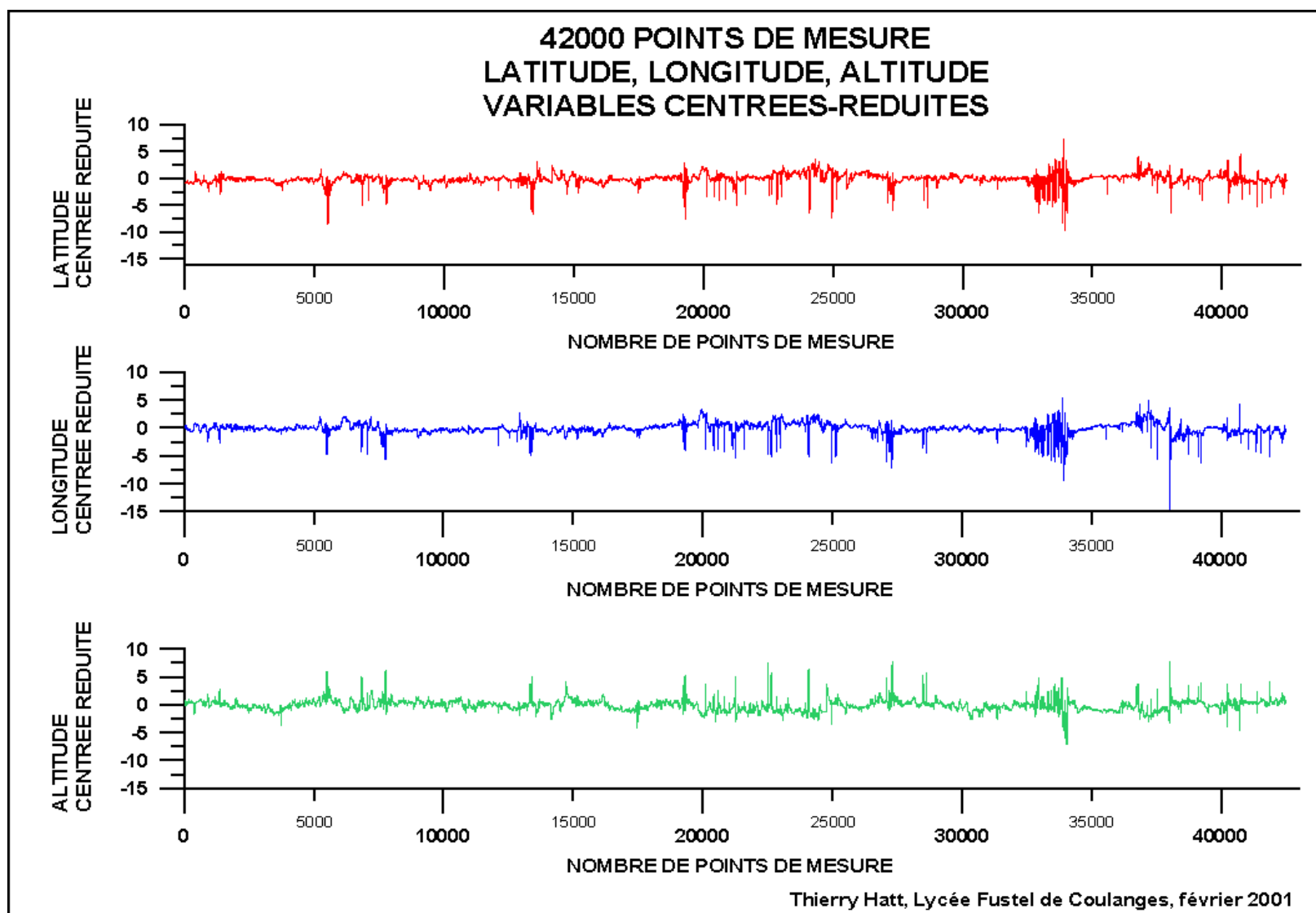
- Bonne concentration des valeurs mais il y a quelques points très éloignés.

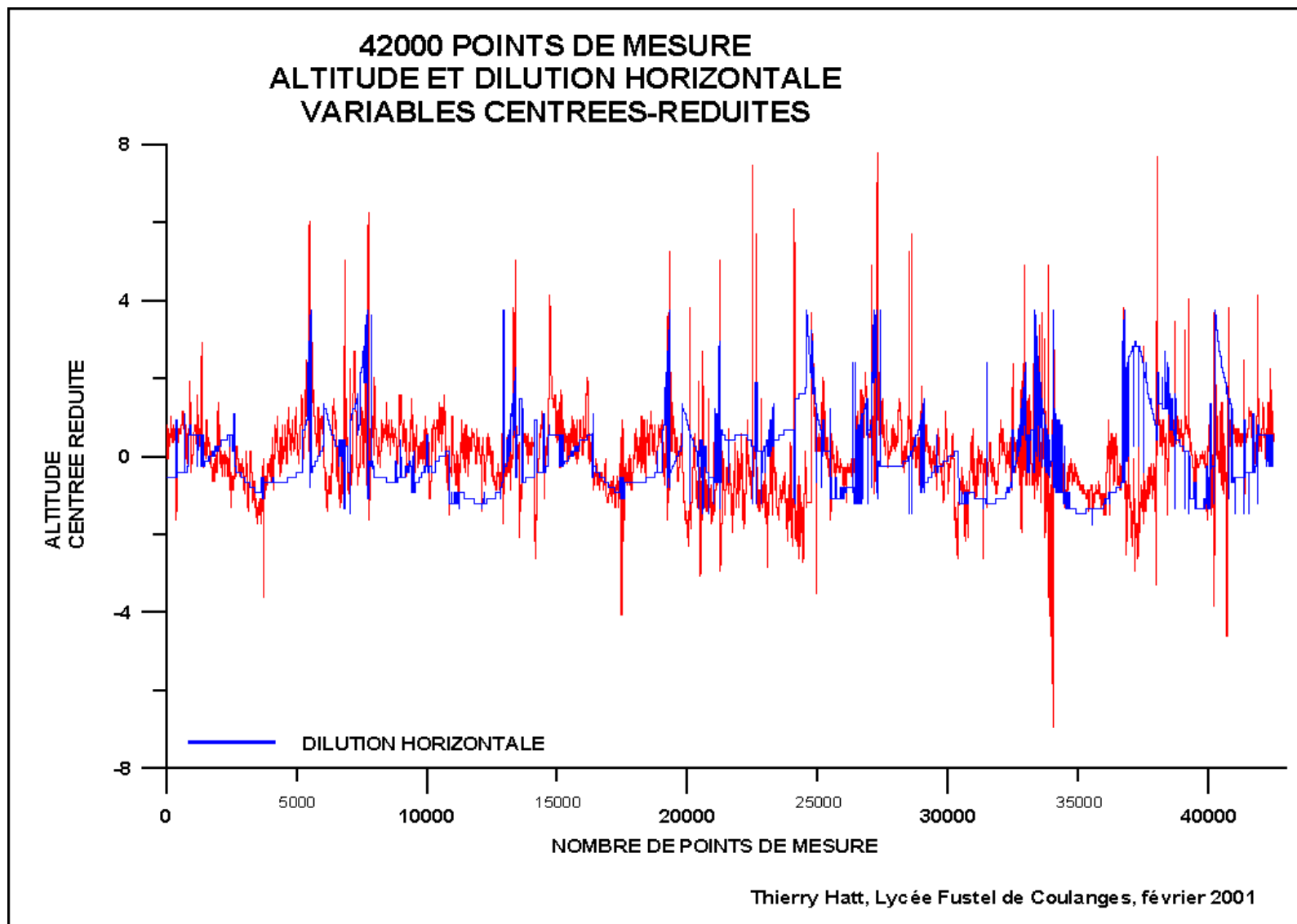
- Latitude, longitude et dilution horizontale (grande image)
- [Image moyenne](#)



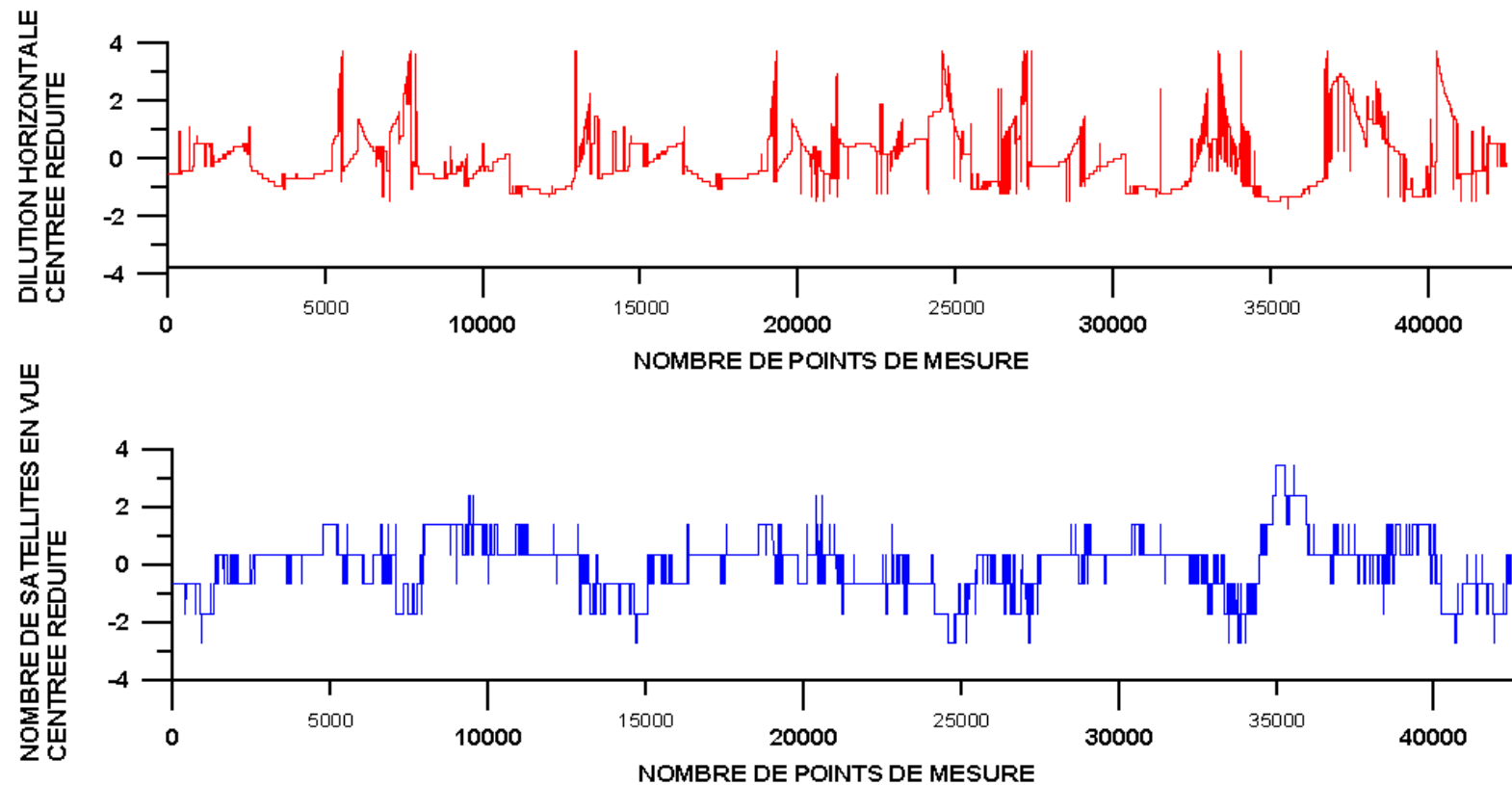
- L'absence de relation, assez surprenante entre dilution et qualité des mesures est ici confirmée



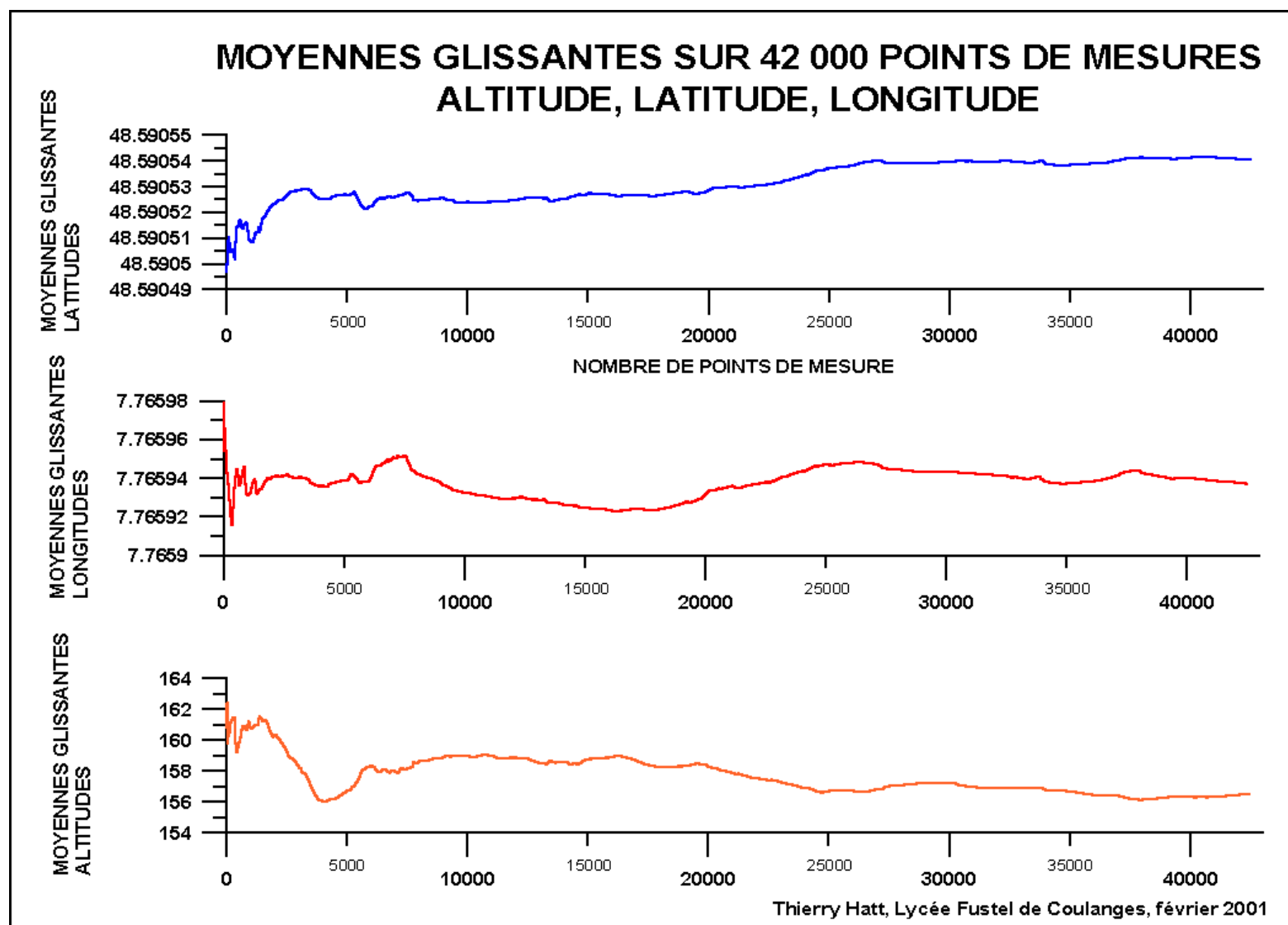




**42000 POINTS DE MESURE  
DILUTION HORIZONTALE ET NOMBRE DE SATELLITES VUS  
VARIABLES CENTREES-REDUITES**



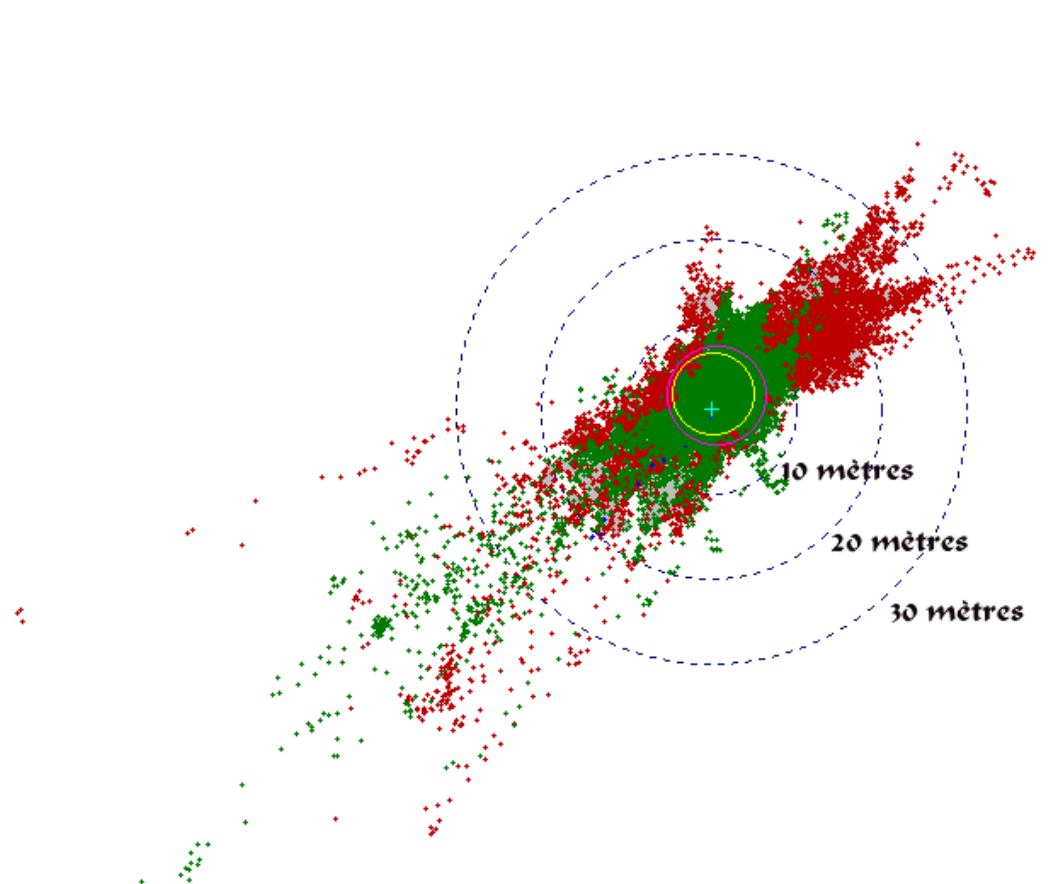
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, février 2001





HDOP  $\leq 1.0$   
HDOP  $\leq 2.0$

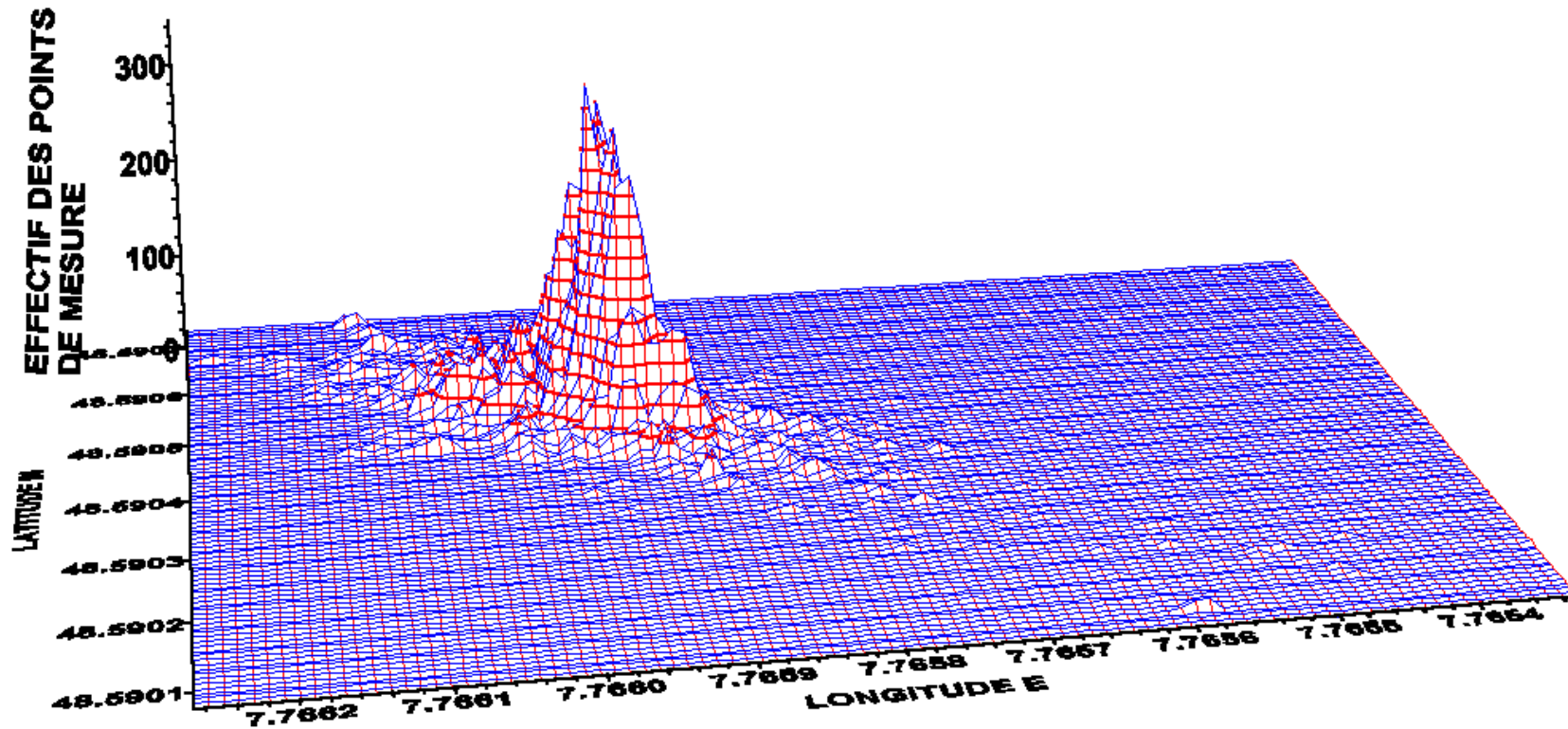
## 42000 MESURES EN MILIEU URBAIN



Moyennes pondérées par l'inverse de la dilution horizontale

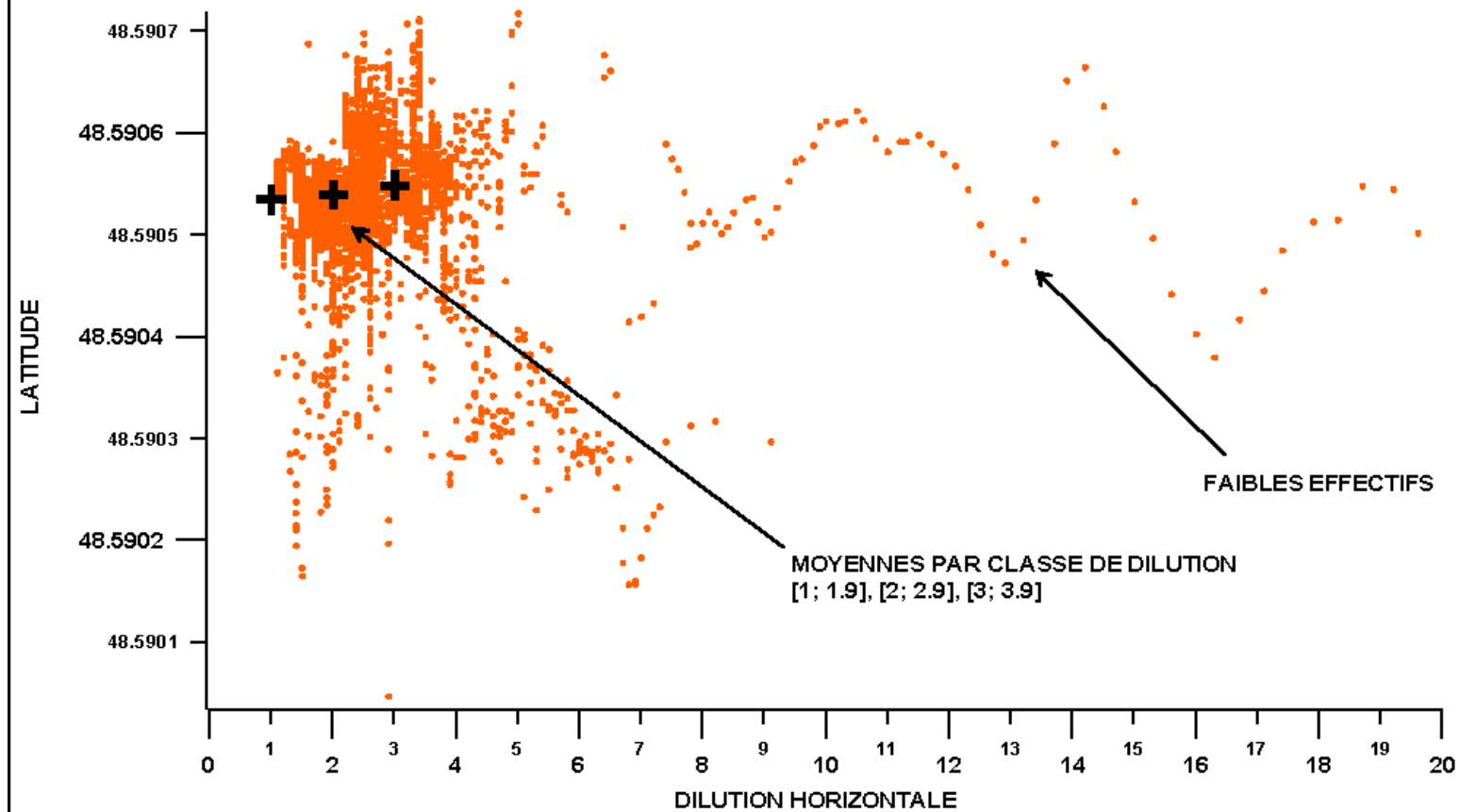
## 27000 MESURES EN MILIEU URBAIN

### HISTOGRAMME 3D DE LA DENSITE DES POINTS DE MESURE



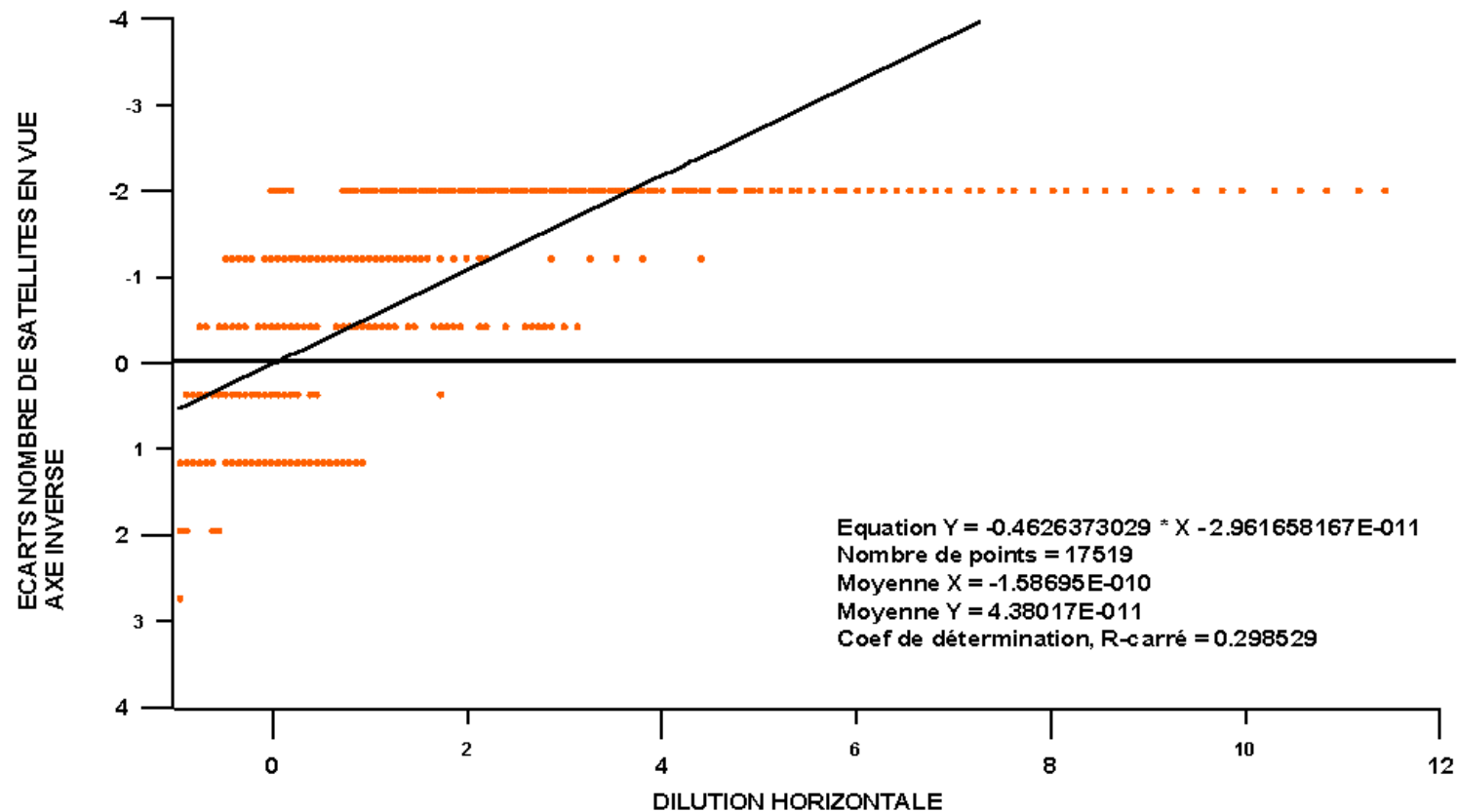
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, janvier 2001

# 17500 MESURES DE LATITUDE LONGITUDE CORRELATION LATITUDE DILUTION HORIZONTALE



Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, janvier 2001

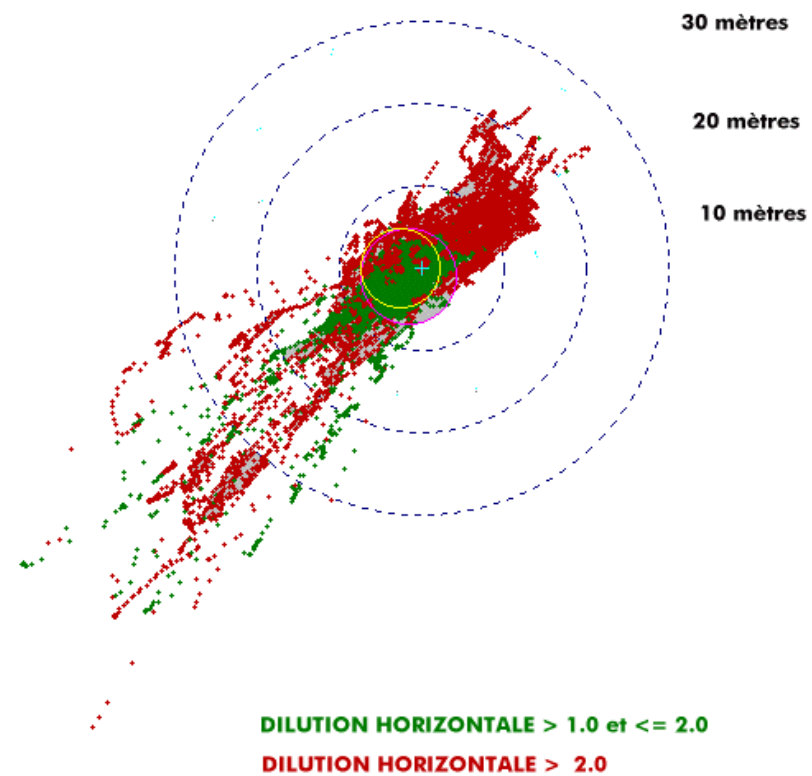
# 17500 MESURES DE LATITUDE LONGITUDE NOMBRE DE SATELLITES EN VUE X DILUTION HORIZONTALE VALEURS CENTREES REDUITES



Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, janvier 2001

## 17500 MESURES

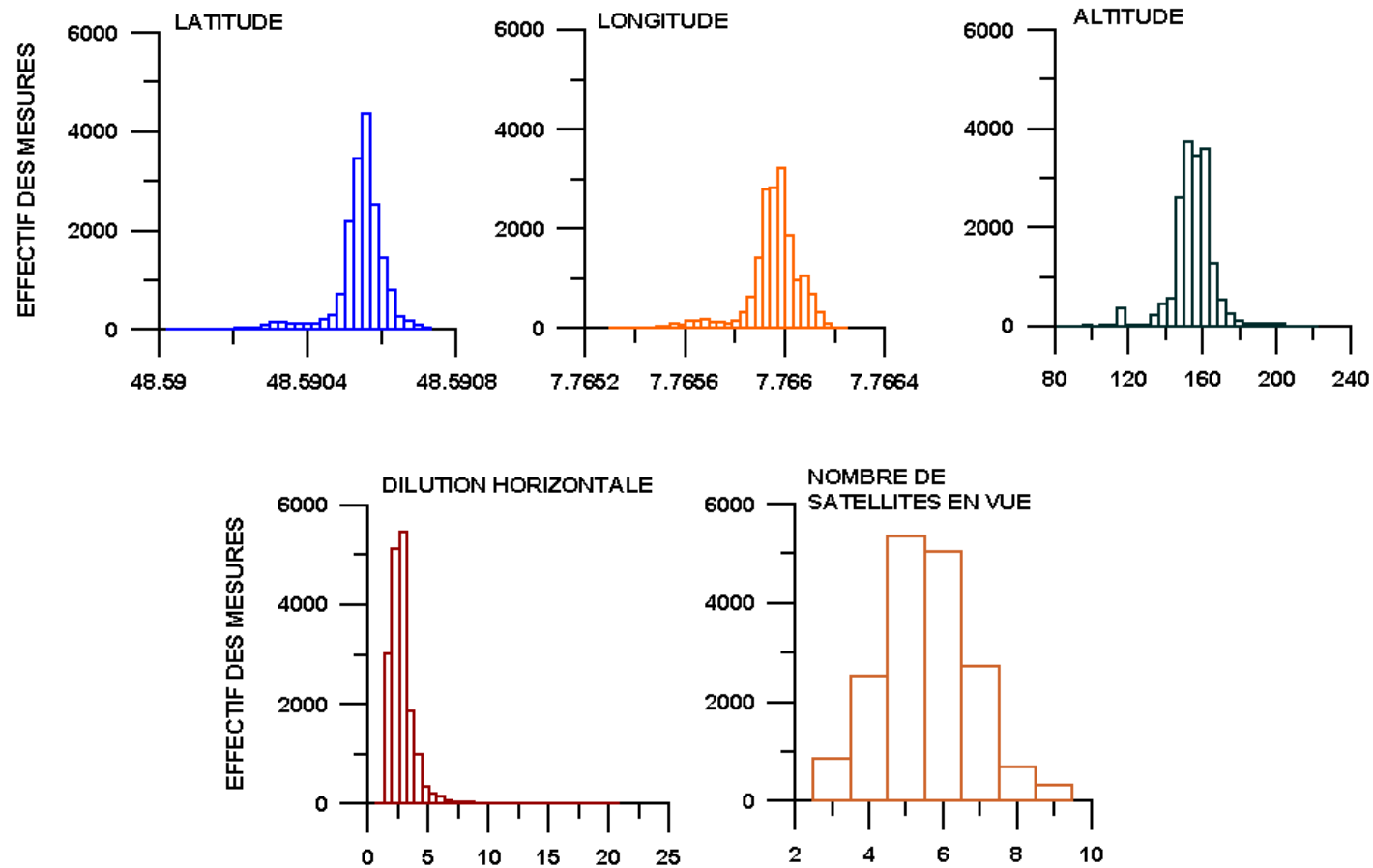
99% DES POINTS EST DANS LA LIMITE DES 41 METRES



MOYENNE PONDEREE PAR L'INVERSE DE LA DILUTION HORIZONTALE

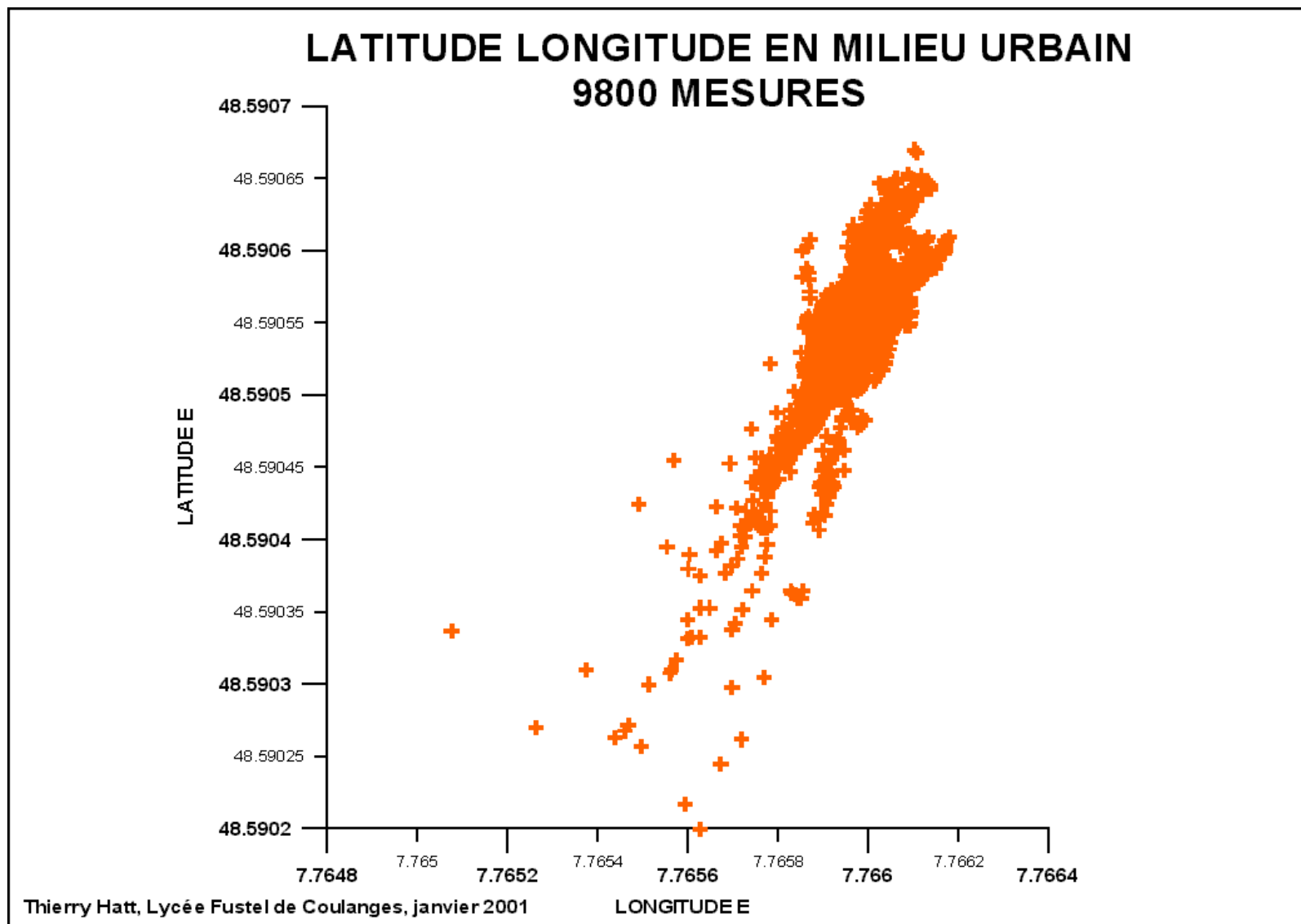
Th. Hatt, janvier 2001

## 17500 MESURES ETUDE STATISTIQUE DES EFFECTIFS



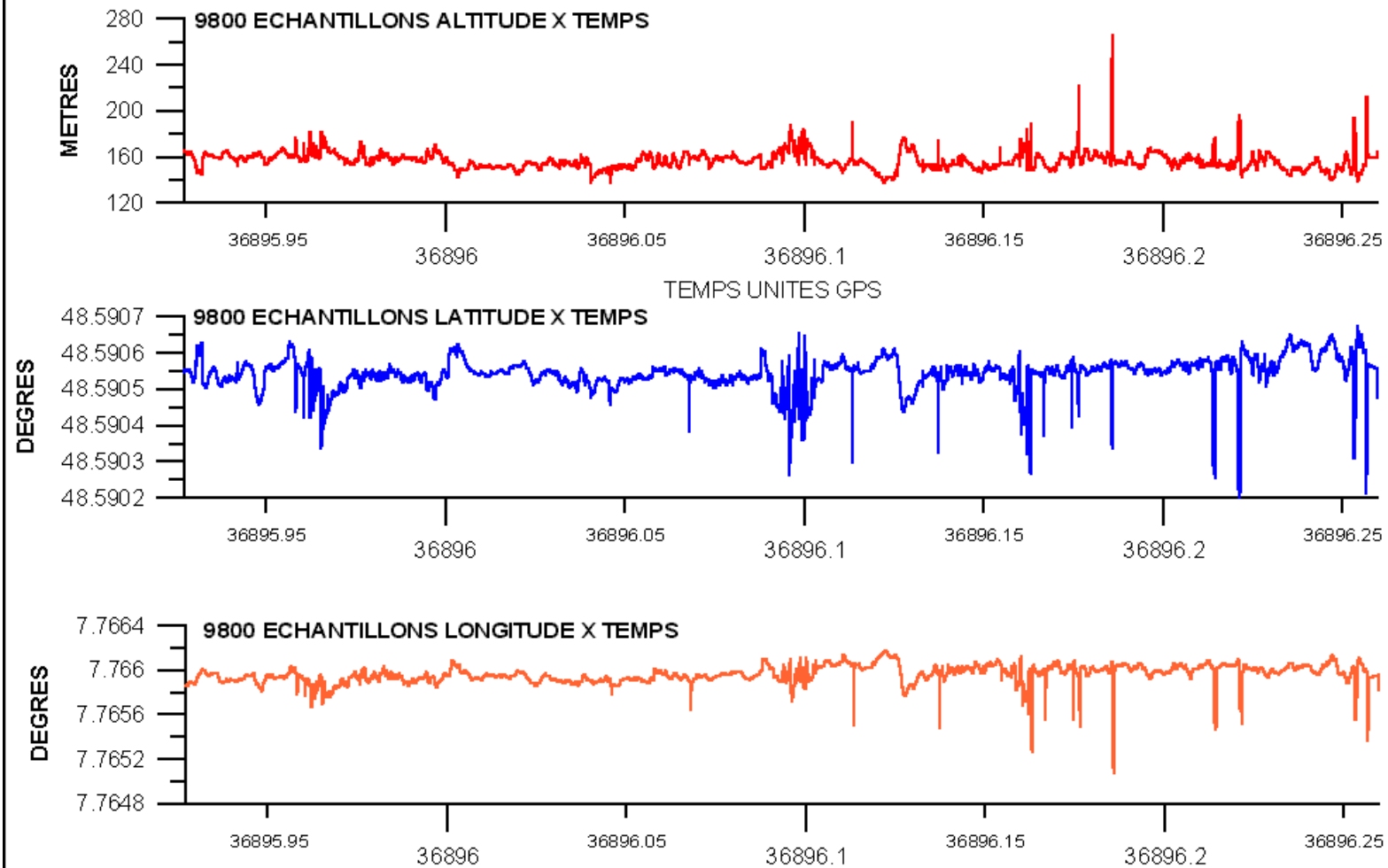
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, janvier 2001



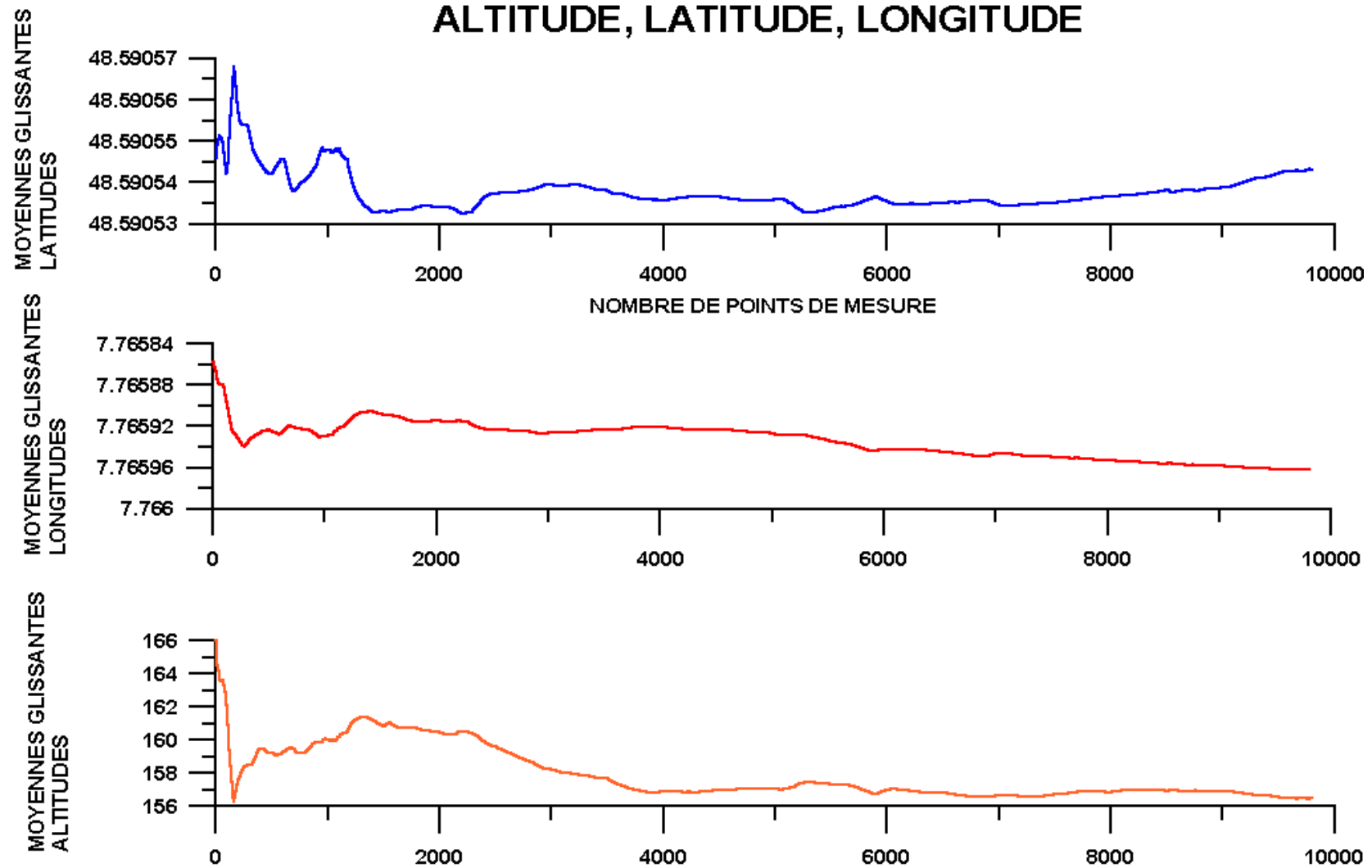




## 9800 MESURES GPS SUR 12 HEURES

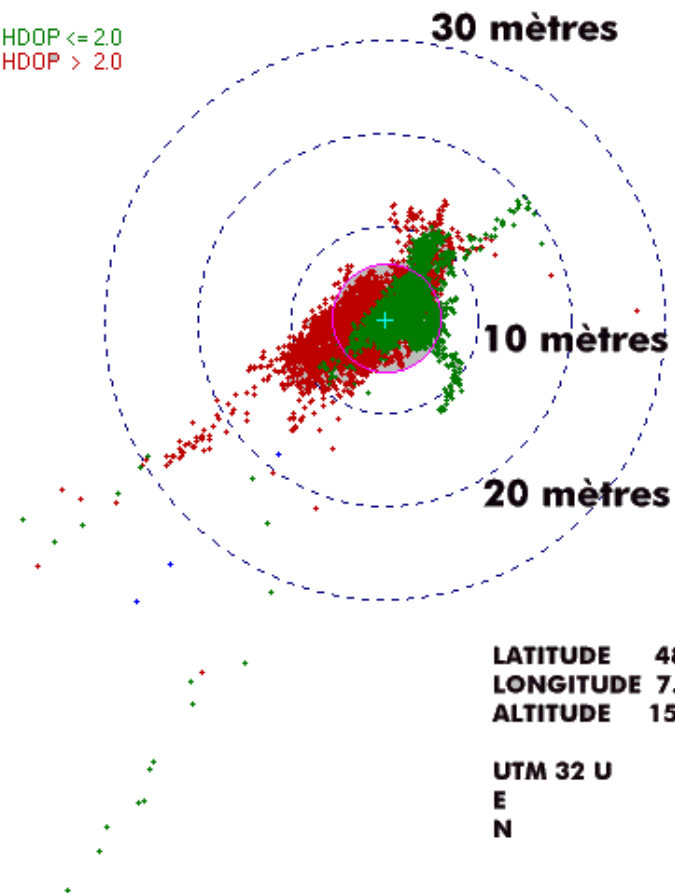


## MOYENNES GLISSANTES SUR 9 800 POINTS DE MESURES ALTITUDE, LATITUDE, LONGITUDE



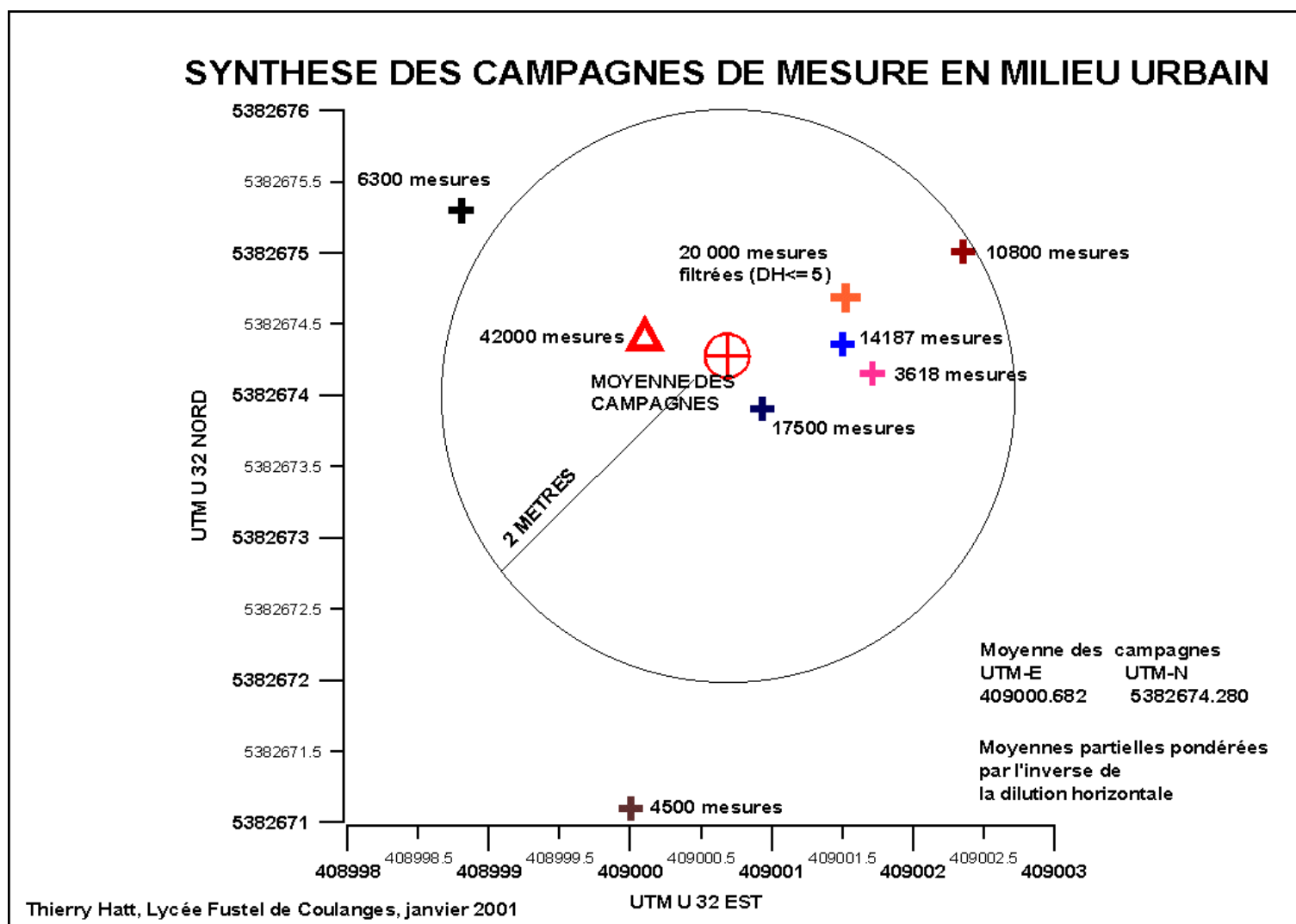
**6800 MESURES EN MILIEU URBAIN  
3 ET 4 JANVIER 2001**

HDOP  $\leq$  2.0  
HDOP  $>$  2.0

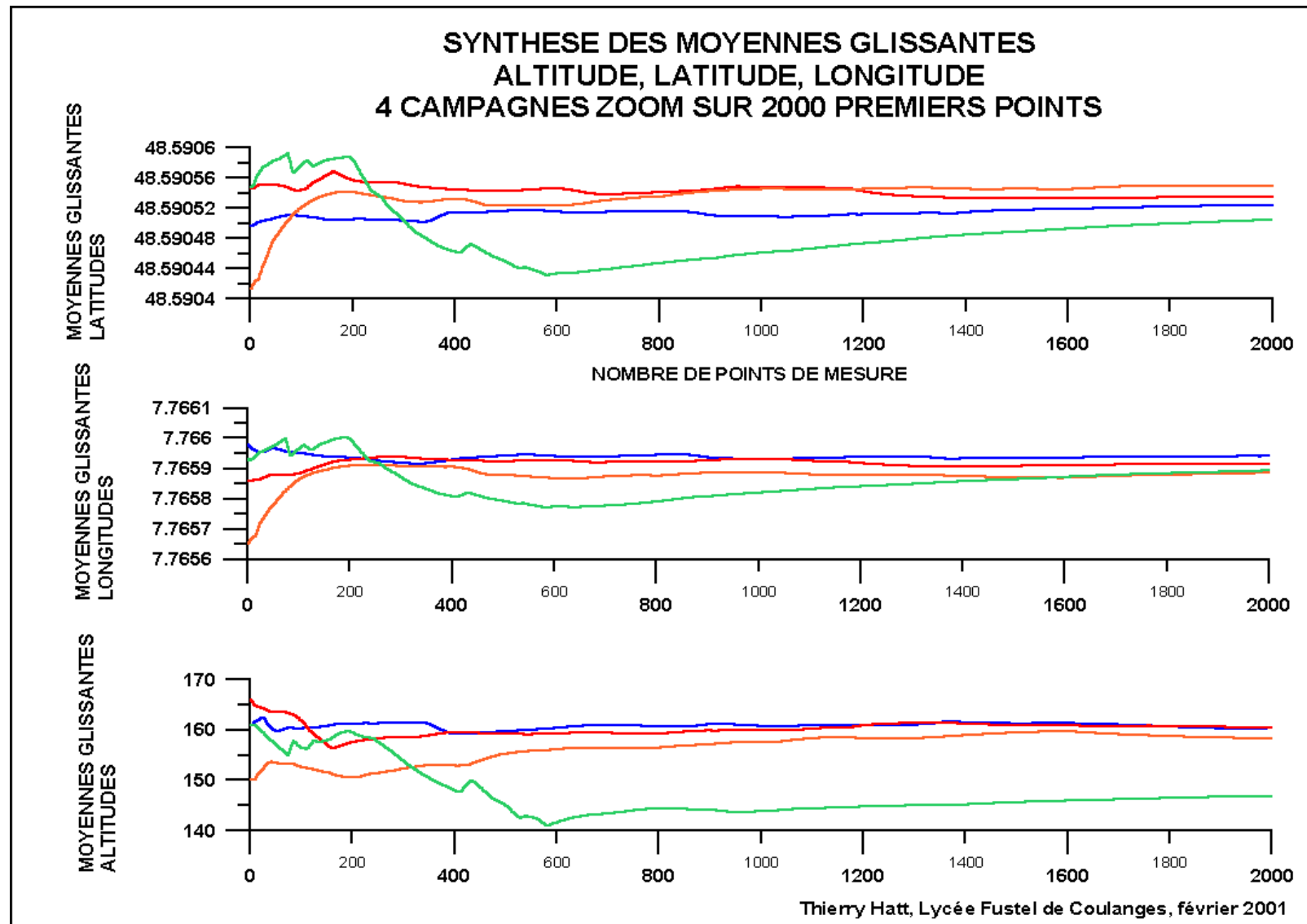


**Moyennes**  
**LATITUDE** 48.590545N  
**LONGITUDE** 7.765910E  
**ALTITUDE** 157.3m  
  
**UTM 32 U**  
**E** 408998.8  
**N** 5382675.3

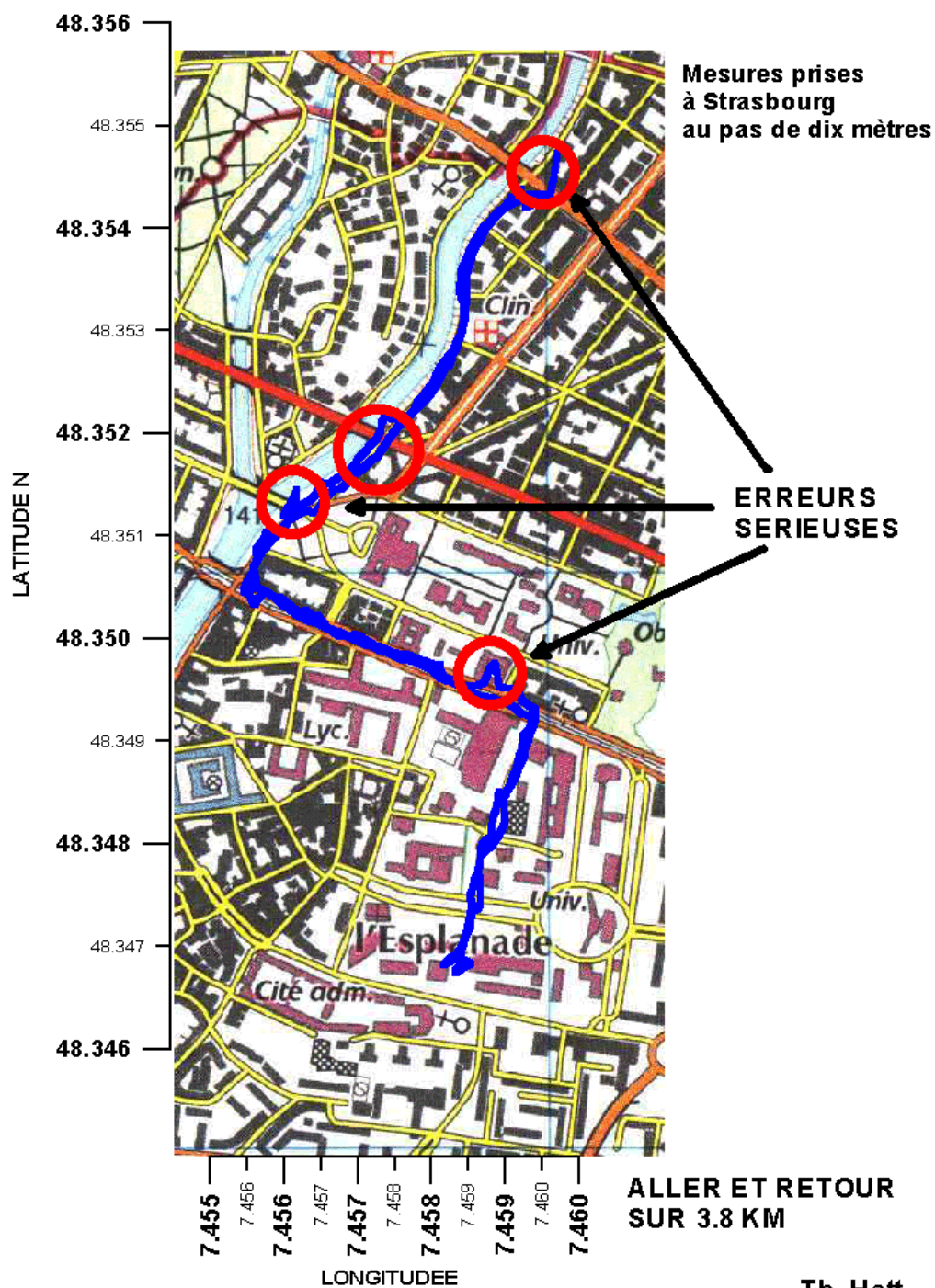
**Moyenne pondérée par l'inverse de la dilution horizontale**



**Synthèse des mesures en milieu urbain**



## GPS EN MILIEU URBAIN SEMI OUVERT

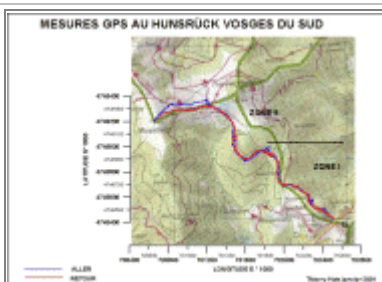


## MESURES DE LATITUDE LONGITUDE EN MILEU DE MONTAGNE

- Objectif : mesurer la précision du GPS sans recours à des temps de pose longs en terrain varié. Pour cela nous avons simplement effectué un aller et retour en montagne, dans les Vosges du S, au Hunsrück, pour mesurer la qualité de répétitivité des mesures.

- Les mesures se développent sur 9 km en quatre parties :
  1. une première partie : masque élevé à l'O sous futaie dégarnie par l'hiver au départ vers 700 m;
  2. la deuxième partie comprend un terrain plus ouvert les masques sont moins élevés, les arbres moins denses;
  3. la troisième se passe sous sapinière dense avec masque élevé à l'E
  4. enfin la quatrième partie est en terrain complètement ouvert sur les chaumes du sommet à 1200 m.
- Les positions ont été mesurées au pas 10 mètres ou 25 mètres (sur les chaumes à l'aller, 10 m au retour).

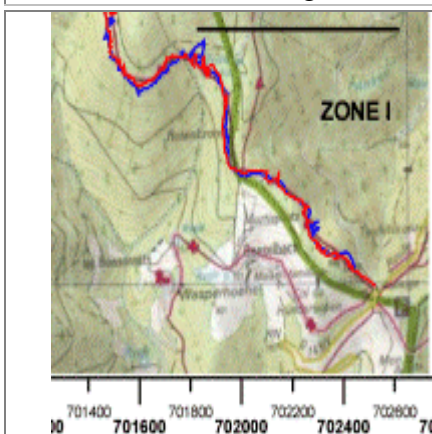
- Le trajet d'ensemble, l'aller est indiqué en bleu et le retour en rouge



Grande image

[image plus petite](#)

- La section avec masque W ou E, sous futaie ou sapinière dense, on remarque les sauts de position surtout au retour et la faible répétitivité du trajet. Peu de satellites en vue simultanément, de l'ordre de 4 à 5, une mauvaise DOP.

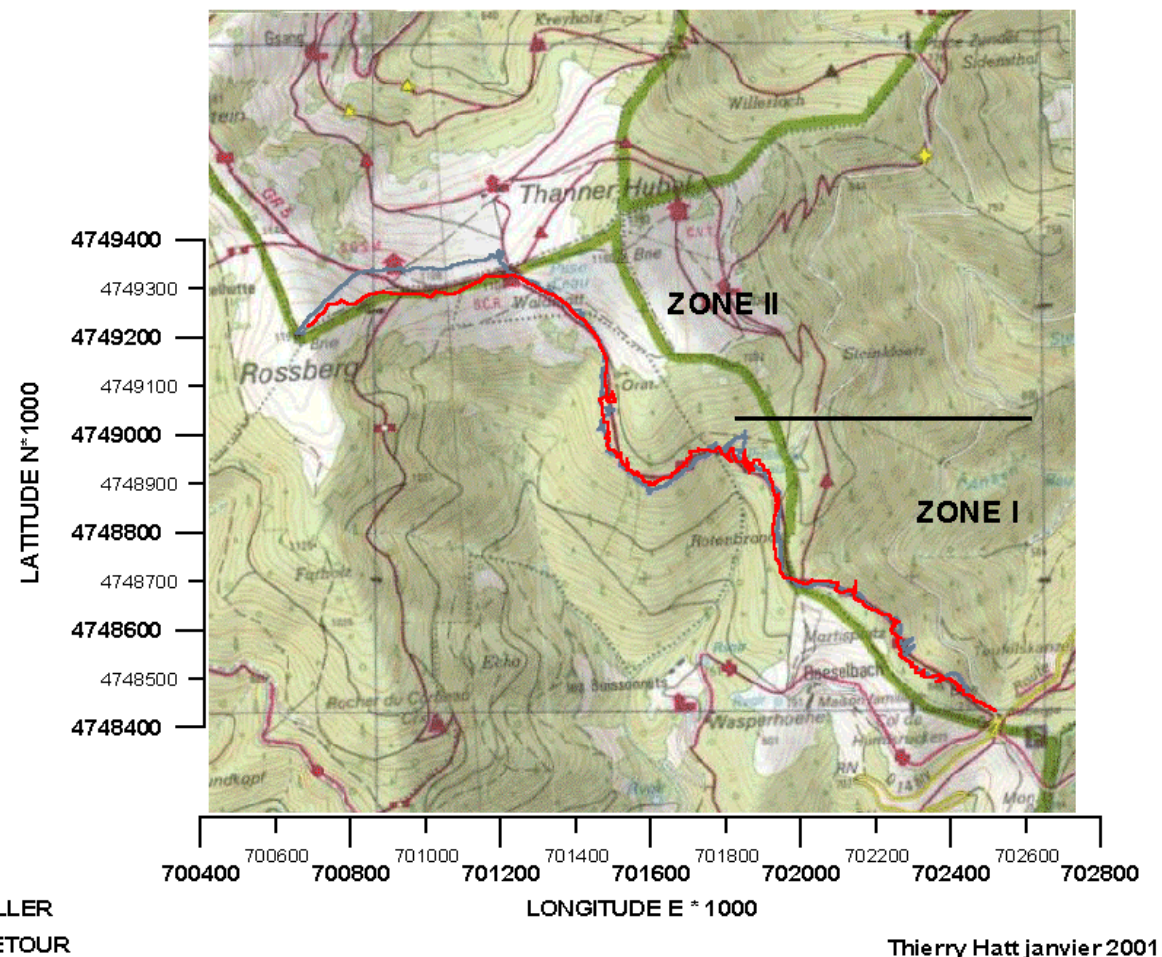


Grande image

[image plus petite](#)

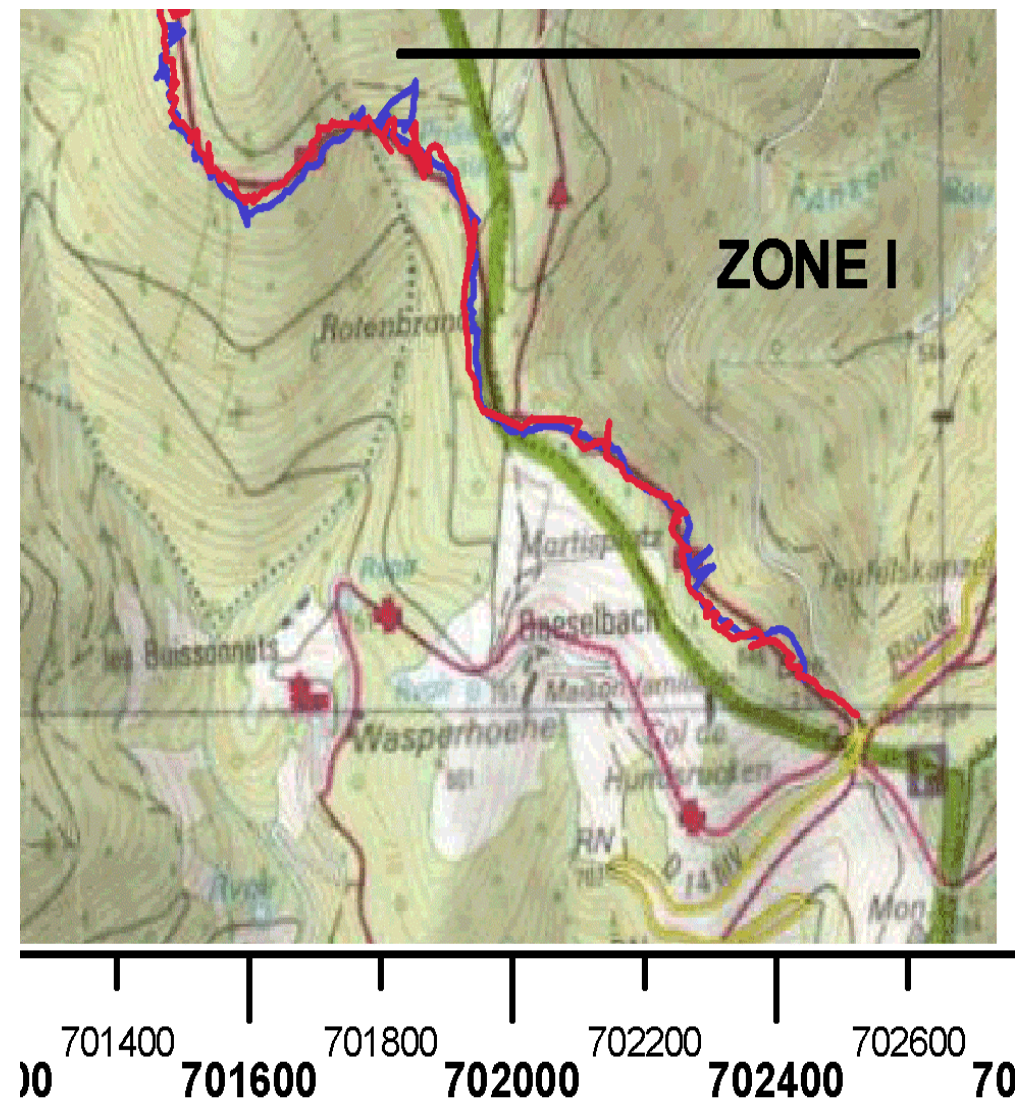


## MESURES GPS AU HUNSRÜCK VOSGES DU SUD



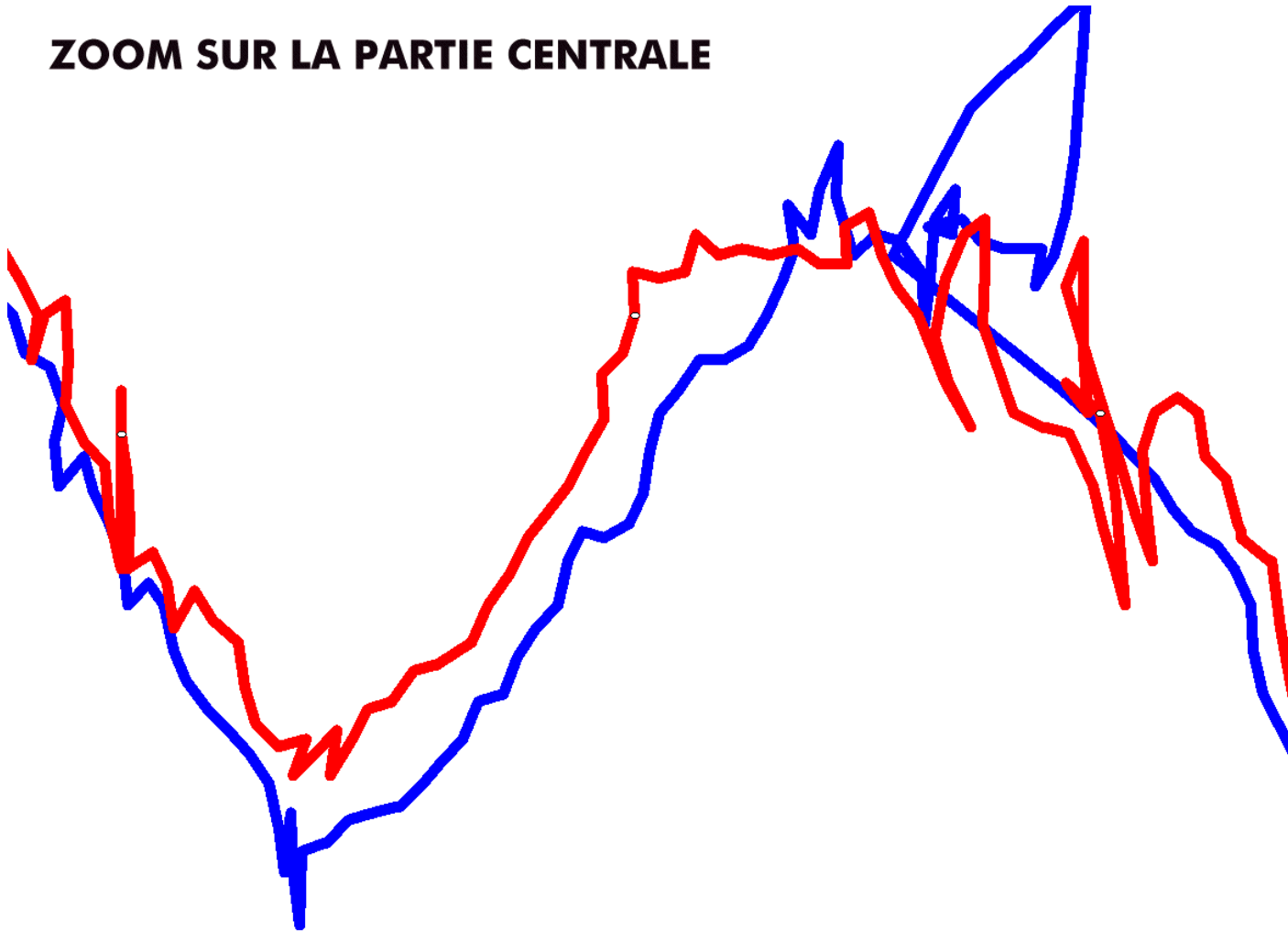
Hunsrück

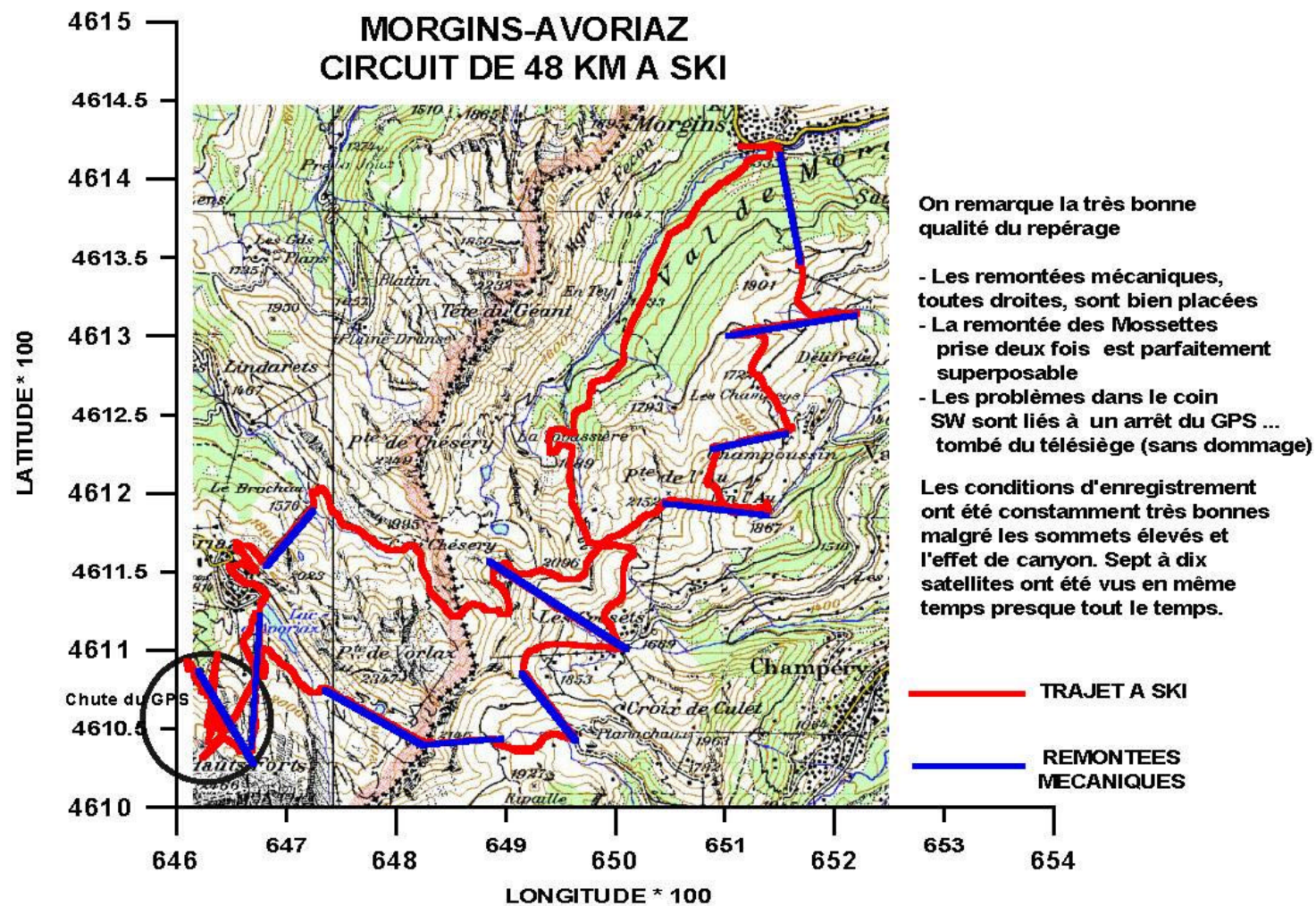




Zone Centrale

## **ZOOM SUR LA PARTIE CENTRALE**





Avoriaz

Les commentaires détaillés des graphiques se trouvent sur le site Internet, on a mis l'accent ici sur les figures.

## **Conclusions**

En milieu de montagne :

La précision est très suffisante pour la sécurité d'une promenade. On sait toujours où on est, même avec une visibilité nulle, la direction du retour est toujours indiquée. Mais les conditions de mesure sont clairement fondamentales : une vue dégagée, le moins d'obstacles possible pour éliminer les trajets multiples et permettre l'acquisition du maximum de satellites. Les masques, les obstacles des arbres rendent la précision beaucoup plus aléatoire. On a eu des résultats de qualité étonnante en milieu de haute montagne malgré les masques élevés.

En milieu urbain :

La dispersion des résultats en milieu urbain peut être très grande. Les campagnes longues améliorent notablement les résultats. Des mesures de plusieurs jours permettent de localiser les moyennes de plusieurs campagnes successives dans un cercle de deux mètres. Cela peut suffire à se positionner dans la rue. Mais des campagnes aussi longues ne sont évidemment pas toujours possibles. Pour des temps de pose brefs, les multitrajets, le masque des immeubles font fluctuer les positions sur de +/- 20 mètres. Les objectifs visés doivent donc être bien pesés; il est assez clair qu'il est illusoire de mener, par exemple, un cheminement urbain ou un repérage de position absolue en ville avec un GPS dans les temps compatibles avec un travail de classe en sortie.

- L'étude des moyennes mobiles montre qu'en dessous de 800 mesures les rebonds et les oscillations sont trop fortes pour une qualité suffisante (soit à raison de 2 secondes par point environ 30 minutes de mesure). Au delà la dérive est beaucoup plus lente et il faut un nombre nettement plus important de mesures pour améliorer les résultats. Une demi-heure par point de "qualité" est donc d'un bon rapport qualité-prix.
- Ces résultats ne sont valables que pour cette campagne, pour cet appareil et ces conditions de mesure. Il m'est impossible de dire s'ils peuvent être extrapolés facilement.

Thierry Hatt, février 2001



## TABLE DES MATIERES DETAILLEE

LES PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES AVEC MAPLE LOGICIEL P. C. M. version 2.5.....	3
Historique et travaux antérieurs : .....	4
Projections Cartographiques version 2.5 pour MAPLE .....	5
UN TP DE CLASSE DE SECONDE.....	5
Feuille de calcul Maple utilisée en mai 2000 avec une classe de seconde au Lycée .....	8
Chargement des bibliothèques de projection cartographiques propres à PCM .....	8
Une projection équivalente : la projection de Mollweide.....	12
TP DE MATHS SUP.....	19
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES ET INTERNET .....	36
CONSTRUCTION D'UNE GRILLE MERCATOR « A LA MAIN ».....	39
INCIDENCE DU CHOIX DE L'ELLIPSOIDE SUR LA REPRESENTATION	
CARTOGRAPHIQUE .....	47
EVOLUTION DE LA GEODESIE.....	48
A. La géodésie est la science qui détermine la forme et les dimensions de la Terre dans l'espace à trois dimensions. ....	48
B. La problématique de la sphère, solide et immobile. ( XVI <sup>e</sup> siècle).....	49
C. L'ellipsoïde de fluide et en mouvement - XVIII <sup>e</sup> et XIX <sup>e</sup> siècle. ....	49
E. La géodésie tridimensionnelle. ....	51
COMPARAISON DES DIFFERENTS ELLIPSOIDES .....	53
INCIDENCES DU CHOIX DE L'ELLIPSOIDE SUR LA REPRESENTATION	
CARTOGRAPHIQUE / EXEMPLE A GRANDE ECHELLE .....	58
Quelques ellipsoïdes des nom, demi grand axe, demi petit axe .....	59
Promenade GPS dans Strasbourg, projetée selon divers ellipsoïdes.....	60
Ellipsoïdes version 4.0 Thierry Hatt, avril 2001 Programme Maple .....	63
HISTOIRE DE LA CARTOGRAPHIE EVOLUTION DE LA PRECISION EN	
CARTOGRAPHIE.....	68
OBJECTIFS ET METHODES.....	68
Chronologie de l'évolution de la précision cartographique.....	73
CARTES DU MONDE .....	74
CARTES D'EUROPE ET DE FRANCE .....	80
Chronologie pour la France.....	81
CARTES DE FRANCE.....	82
Comparaison entre nivellement traditionnel et nivellement spatial.....	86
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	87
LE POSITIONNEMENT GLOBAL PAR SATELLITE LES APPLICATIONS, LES	
LOGICIELS, MESURES STATISTIQUES .....	89
LOGICIELS DE TRAITEMENT DES DONNEES GPS .....	90
Objectif de ce travail, rechercher les logiciels qui aient les caractéristiques suivantes....	90
LES LOGICIELS RETENUS.....	91
MESURES STATISTIQUES DE LATITUDE LONGITUDE .....	93

PRINCIPE DE LA MESURE .....	94
LA PRECISION DU SYSTEME GPS .....	95
MESURES DE LATITUDE LONGITUDE EN MILIEU URBAIN.....	98
Schéma des conditions de mesure .....	98
MESURES DE LATITUDE LONGITUDE.....	99
RESULTATS STATISTIQUES MESURES EN MILIEU URBAIN .....	99
Synthèse des mesures en milieu urbain .....	116
MESURES DE LATITUDE LONGITUDE EN MILEU DE MONTAGNE	119
Hunsrück.....	120
Avoriaz.....	123
Conclusions .....	124